1 Das Quadrat im Quadrat

1. Zeichne im Heft ein Quadrat mit der Seitenlänge von 14 cm.
2. Teile die Seiten im Verhältnis 6 cm zu 8 cm, so dass die 6 cm immer gegen den Uhrzeigersinn zu den 8 cm liegen. (siehe Abbildung 1.1)
3. Zeichne nun ein kleineres Quadrat in das größere Quadrat. Die Ecken des kleinen Quadrats liegen dabei auf den Markierungen der vorherigen Aufgabe.
4. Bestimme die Seitenlänge des kleineren Quadrats.

   $$c =$$

5. Zeige, dass die vier entstandenen Dreiecke kongruent zueinander sind.

6. Berechne die Gesamtfläche A_D der vier Dreiecke zusammen, so wie die Flächen des großen (A_G) und des kleinen Quadrats (A_K). Beschreibe, was Dir auffällt.

   $$A_D =$$
   $$A_G =$$
   $$A_K =$$

7. Betrachte diese Figur nun allgemein mit den Strecken a, b und c wie in Abbildung 1.1 zu sehen. Gebe jeweils eine allgemeine Formel an für die Flächen A_D, A_G und A_K unter Verwendung der Strecken a, b und c.

   $$A_D =$$
   $$A_G =$$
   $$A_K =$$

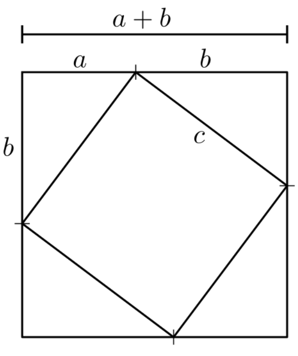
8. Drücke die Fläche A_K des kleinen Quadrats mit den Flächen A_G und A_D aus.

   $$A_K =$$

9. Nutze die Ergebnisse der beiden vorherigen Aufgaben und erstelle eine Formel für

   $$c^2 =$$

   Vereinfache die Formel.



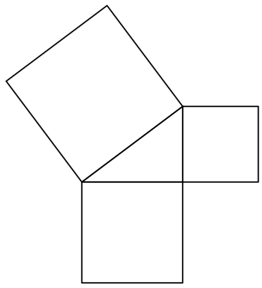
Tipps
Kongruenzsätze: sss, sws, wsw, Ssw
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Abbildung 1.1: Skizze zu den Quadraten und Hilfen

2 Das rechtwinklige Dreieck

Definition 2.1. *Ein Dreieck mit einem rechten Winkel bezeichnet man als* ***rechtwinkliges Dreieck****. Die beiden Seiten am rechten Winkel nennt man* ***Katheten****. Die Seite gegenüber dem rechten Winkel wird als* ***Hypothenuse*** *bezeichnet.*

A 2.1. Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck mit den Katheten $a = 4\,\text{cm}$ und $b = 3\,\text{cm}$.



a) Konstruiere das Dreieck in der **Mitte** eines DIN-A4-Blatts.
b) Beschrifte die Ecken, Seiten und Winkel im Dreieck. Kennzeichne Katheten und Hypothenuse.
c) Bestimme die Länge der Hypothenuse.
d) Zeichne an den jeweiligen Seiten ein Quadrat mit der Kantenlänge der Seite. Und zwar so, dass die Quadrate nicht durch das Dreieck gehen.
e) Vergleiche die Flächen der Quadrate miteinander.

A 2.2. Konstruiere die folgenden rechtwinkligen Dreiecke mit den angegebenen Katheten a und b und bestimme jeweils die Länge der Hypothenuse.

a) $a = 5\,\text{cm}$; $b = 12\,\text{cm}$
b) $a = 15\,\text{cm}$; $b = 8\,\text{cm}$
c) $a = 8\,\text{cm}$; $b = 6\,\text{cm}$

A 2.3. Konstruiere die folgenden rechtwinkligen Dreiecke mit der angegebenen Kathete a und der Hypothenuse c. Bestimme jeweils die Länge der fehlenden Kathete. Nutze den Satz von Thales.

a) $a = 12\,\text{cm}$; $c = 20\,\text{cm}$
b) $a = 7\,\text{cm}$; $c = 25\,\text{cm}$
c) $a = 6\,\text{cm}$; $c = 6{,}5\,\text{cm}$

A 2.4. Stelle eine Formel auf, wie man die Hypothenuse aus den Katheten ermitteln kann. Nutze dazu die Erkenntnisse aus dem vorherigen Aufgabenblatt 1.

A 2.5. Berechne die Hypothenuse c der folgenden rechtwinkligen Dreiecke mit den Katheten a und b.

a) $a = 9\,\text{cm}$; $b = 40\,\text{cm}$
b) $a = 30\,\text{cm}$; $b = 16\,\text{cm}$
c) $a = 21\,\text{cm}$; $b = 20\,\text{cm}$

A 2.6. Stelle eine Formel auf, wie man die fehlende Kathete ermitteln kann, wenn eine Kathete und die Hypothenuse gegeben sind.

A 2.7. Berechne die fehlende Kathete b der folgenden rechtwinkligen Dreiecke mit der Katheten a und der Hypothenuse c.

a) $a = 33\,\text{cm}$; $c = 65\,\text{cm}$
b) $a = 40\,\text{cm}$; $c = 58\,\text{cm}$
c) $a = 4{,}5\,\text{cm}$; $c = 5{,}3\,\text{cm}$

Lösungen

2.2 a) 13 cm b) 17 cm c) 10 cm 2.3 a) 16 cm b) 24 cm c) 2,5 cm 2.5 a) 41 cm b) 34 cm c) 29 cm 2.7 a) 56 cm b) 42 cm c) 2,8 cm

3 Das gleichseitige Dreieck

Ein Bauherr plant ein Zeltdachhaus, dessen Giebelseite ein gleichseitiges Dreieck sein soll. Die Breite des Hauses und damit die Seitenlänge des gleichseitigen Dreiecks soll 8 m betragen. Der Bauherr möchte die Höhe des Gebäudes berechnen.
Zuerst werden bekannte Informationen über das gleichseitige Dreieck gesammelt.

Definition 3.1. *Ein Dreieck, dessen Seiten gleich lang sind, bezeichnet man als* ***gleichseitiges Dreieck****.*

Satz 3.1. Alle Winkel im gleichseitigen Dreieck sind ________ groß.

Satz 3.2. Im gleichseitigen Dreieck sind die Höhen __________ groß und teilen die jeweilige Grundseite in der __________.

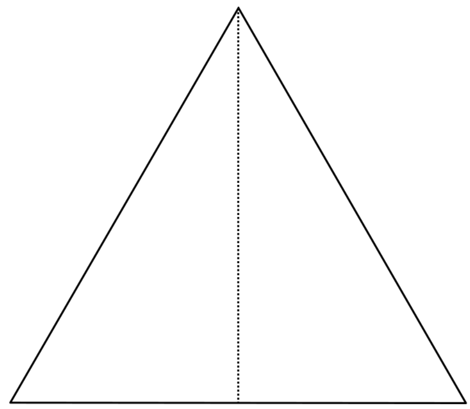


Abbildung 3.1: Skizze der Giebelseite des Zeltdachhauses mit Höhe

1. Suche ein rechtwinkliges Dreieck in der Abbildung 3.1. Zeichne in die Abbildung den rechten Winkel ein. Markiere in der Abbildung die Katheten rot und die Hypothenuse grün.
2. Beschrifte in der Abbildung 3.1 die Seiten des rechtwinkligen Dreiecks mit den bekannten Längen.
3. Berechne mit dem Satz des Pythagoras die Höhe.
4. Konstruiere eine maßstabsgetreue Abbildung der Giebelseite um Deine Rechnung zu überprüfen.
5. Stelle nun eine allgemeine Formel für die Höhe h eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a auf.

$h^2 =$ $\qquad$ $h =$

6. Der Bauherr will die Giebelseite mit Schindeln bedecken. Berechne die Fläche der Giebelseite.
7. Stelle eine Formel für die Fläche A eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a auf.

$A =$

8. Der Bebauungsplan erlaubt nur Häuser bis zu einer Höhe von 6 m. Berechne die maximal mögliche Seitenlänge für ein Zeltdachhause mit gleichseitiger Giebelfläche.

A 3.1. Für ein neues Segelboot soll ein Segel in der Form eines gleichseitigen Dreiecks angefertigt werden. Die Segelfläche soll 25 m² betragen. Berechne die Höhe und Seitenlänge des Segels.

Inhaltsverzeichnis