12 Ableitungen verschachtelter Funktionen: Kettenregel

Knicke zuerst den Zettel an der Linie um, ohne Dir die Lösungen anzuschauen. Löse alle Aufgaben und vergleiche erst dann Deine Ergebnisse.

Bestimme erst innere ($i(x)$) und äußere Funktion ($a(i)$) und bilde dann die Ableitung.

a) $f(x) = \sin(2x)$

b) $f(x) = \cos(x^2 + 2x)$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

d) $f(x) = (2x + 10)^3$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2+5}$

f) $f(x) = \sin^2 x$

g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

h) $f(x) = (2x^2 - 3x)^{10}$

i) $f(x) = \sqrt{\sin x}$

j) $f(x) = (5 - x)^2 - 25$

$a(i) = \sin i$ $\quad a'(i) = \cos i$
$i(x) = 2x$ $\quad i'(x) = 2$
$f'(x) = 2\cos(2x)$

$a(i) = \cos i$ $\quad a'(i) = -\sin i$
$i(x) = x^2 + 2x$ $\quad i'(x) = 2x + 2$
$f'(x) = -(2x + 2) \cdot \sin(x^2 + 2x)$

$a(i) = \sqrt{i}$ $\quad a'(i) = \frac{1}{2\sqrt{i}}$
$i(x) = x^2 + 1$ $\quad i'(x) = 2x$
$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$a(i) = i^3$ $\quad a'(i) = 3i^2$
$i(x) = 2x + 10$ $\quad i'(x) = 2$
$f'(x) = 6(2x + 10)^2$

$a(i) = \frac{1}{i}$ $\quad a'(i) = -\frac{1}{x^2}$
$i(x) = x^2 + 5$ $\quad i'(x) = 2x$
$f'(x) = -\frac{2x}{(x^2+5)^2}$

$a(i) = i^2$ $\quad a'(i) = 2i$
$i(x) = \sin x$ $\quad i'(x) = \cos x$
$f'(x) = 2\sin x \cdot \cos x$

$a(i) = \frac{1}{i}$ $\quad a'(i) = -\frac{1}{i^2}$
$i(x) = \sqrt{x}$ $\quad i'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f'(x) = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

$a(i) = i^{10}$ $\quad a'(i) = 10i^9$
$i(x) = 2x^2 - 3x$ $\quad i'(x) = 4x - 3$
$f'(x) = 10(4x - 3)(2x^2 - 3x)^9$

$a(i) = \sqrt{i}$ $\quad a'(i) = \frac{1}{2\sqrt{i}}$
$i(x) = \sin x$ $\quad i'(x) = \cos x$
$f'(x) = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

$a(i) = i^2 - 25$ $\quad a'(i) = 2i$
$i(x) = 5 - x$ $\quad i'(x) = -1$
$f'(x) = -2(5 - x) = 2x - 10$