

# 1 Nullstellen einfacher quadratischer Funktionen mit der pq-Formel.

Gegeben ist die quadratische Funktion  $f(x) = x^2 + px + q$ .

Um die Nullstellen zu bestimmen, kannst du die pq-Formel verwenden.

$$x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \begin{cases} \frac{p^2}{4} - q > 0 : \mathbf{L} = \{x_1; x_2\} \\ \frac{p^2}{4} - q = 0 : \mathbf{L} = \{x\} \\ \frac{p^2}{4} - q < 0 : \mathbf{L} = \{\} \end{cases}$$

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen mit der pq-Formel.

a)  $f(x) = x^2 + 8x + 12$

$$\mathbf{L} = \{-6; -2\}$$

b)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

$$\mathbf{L} = \{-1\}$$

c)  $f(x) = x^2 - 8x + 16$

$$\mathbf{L} = \{4\}$$

d)  $f(x) = x^2 + 14x + 48$

$$\mathbf{L} = \{-8; -6\}$$

e)  $f(x) = x^2 + 2x - 63$

$$\mathbf{L} = \{-9; 7\}$$

f)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

$$\mathbf{L} = \{1; 2\}$$

g)  $f(x) = x^2 + 4x + 12$

$$\mathbf{L} = \{\}$$

h)  $f(x) = x^2 + 11x + 24$

$$\mathbf{L} = \{-8; -3\}$$

i)  $f(x) = x^2 + 9x + 18$

$$\mathbf{L} = \{-6; -3\}$$

j)  $f(x) = x^2 + 2x + 2$

$$\mathbf{L} = \{\}$$

k)  $f(x) = x^2 - 18x + 81$

$$\mathbf{L} = \{9\}$$

l)  $f(x) = x^2 - 4x - 12$

$$\mathbf{L} = \{-2; 6\}$$

*Knicke zuerst den Zettel an der Linie um, ohne Dir die Lösungen anzuschauen. Löse alle Aufgaben und vergleiche erst dann Deine Ergebnisse.*

## 2 Nullstellen quadratischer Funktionen mit der pq-Formel.

Gegeben ist die quadratische Funktion  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Um die Nullstellen zu bestimmen, müssen wir den Funktionsterm so umformen, dass er für die pq-Formel geeignet ist.

$$0 = ax^2 + bx + c \quad | \div a$$

$$0 = x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \quad \text{mit } p = \frac{b}{a} \text{ und } q = \frac{c}{a}$$

$$0 = x^2 + px + q$$

Forme die Nullstellengleichung passend für die pq-Formel um und bestimme die Nullstellen mit der pq-Formel.

a)  $f(x) = -7x^2 - 49x - 84$

$$\mathbf{L} = \{-4; -3\}$$

b)  $f(x) = -10x^2 + 490$

$$\mathbf{L} = \{-7; 7\}$$

c)  $f(x) = -6x^2 + 84x - 288$

$$\mathbf{L} = \{6; 8\}$$

d)  $f(x) = -9x^2 - 90x - 144$

$$\mathbf{L} = \{-8; -2\}$$

e)  $f(x) = -9x^2 - 36x + 45$

$$\mathbf{L} = \{-5; 1\}$$

f)  $f(x) = -2x^2 - 2x + 24$

$$\mathbf{L} = \{-4; 3\}$$

g)  $f(x) = 8x^2 - 88x + 240$

$$\mathbf{L} = \{5; 6\}$$

h)  $f(x) = 7x^2 + 84x + 189$

$$\mathbf{L} = \{-9; -3\}$$

i)  $f(x) = 9x^2 + 36x + 36$

$$\mathbf{L} = \{-2\}$$

j)  $f(x) = 8x^2 - 8x - 576$

$$\mathbf{L} = \{-8; 9\}$$

k)  $f(x) = -2x^2 + 16x - 34$

$$\mathbf{L} = \{\}$$

l)  $f(x) = 8x^2 - 56x + 96$

$$\mathbf{L} = \{3; 4\}$$

*Knicke zuerst den Zettel an der Linie um, ohne Dir die Lösungen anzuschauen. Löse alle Aufgaben und vergleiche erst dann Deine Ergebnisse.*

### 3 Nullstellen quadratischer Funktionen mit der pq-Formel.

Gegeben ist die quadratische Funktion  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .  
Forme die Nullstellengleichung passend für die pq-Formel um und bestimme die Nullstellen mit der pq-Formel.

*Knicke zuerst den Zettel an der Linie um, ohne Dir die Lösungen anzuschauen. Löse alle Aufgaben und vergleiche erst dann Deine Ergebnisse.*

a)  $f(x) = -5,1x^2 - 30,09x - 97,92$

$$\mathbf{L} = \{\}$$

b)  $f(x) = 6,1x^2 - 62,22x + 134,261$

$$\mathbf{L} = \{3,1; 7,1\}$$

c)  $f(x) = -5,3x^2 + 91,69x - 395,486$

$$\mathbf{L} = \{8,2; 9,1\}$$

d)  $f(x) = 3,5x^2 - 11,2x + 10,85$

$$\mathbf{L} = \{\}$$

e)  $f(x) = -7x^2 - 61,6x - 23,52$

$$\mathbf{L} = \{-8,4; -0,4\}$$

f)  $f(x) = 8,9x^2 - 5,34x - 141,6$

$$\mathbf{L} = \{-3,7; 4,3\}$$

g)  $f(x) = 3,6x^2 - 1,8x + 13,68$

$$\mathbf{L} = \{\}$$

h)  $f(x) = 4,4x^2 - 31,68x + 57,024$

$$\mathbf{L} = \{3,6\}$$

i)  $f(x) = 4x^2 + 40,4x + 91,12$

$$\mathbf{L} = \{-6,7; -3,4\}$$

j)  $f(x) = 9x^2 + 8,1x - 145,8$

$$\mathbf{L} = \{-4,5; 3,6\}$$

k)  $f(x) = 9,8x^2 + 133,28x + 436,6$

$$\mathbf{L} = \{-8,1; -5,5\}$$

l)  $f(x) = 4,9x^2 + 13,72x - 47,04$

$$\mathbf{L} = \{-4,8; 2\}$$

## 4 Extrempunkte von Polynomen dritten Grades.

Gegeben ist das Polynom dritten Grades  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .  
Leite die Funktion ab, bestimme die Nullstellen der Ableitung mit der  $pq$ -Formel und berechne die Koordinaten der Extrempunkte.

*Knicke zuerst den Zettel an der Linie um, ohne Dir die Lösungen anzuschauen. Löse alle Aufgaben und vergleiche erst dann Deine Ergebnisse.*

a)  $f(x) = -3\frac{1}{3}x^3 - 100x^2 - 1000x - 10$

$$f'(x) = -10x^2 - 200x - 1000$$

$$P(-10|3323\frac{1}{3})$$

b)  $f(x) = 3x^3 + 4,5x^2 - 504x + 1$

$$f'(x) = 9x^2 + 9x - 504$$

$$P_1(7| -2277,5) ; P_2(-8|2785)$$

c)  $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 - 18x^2 - 162x + 5$

$$f'(x) = -2x^2 - 36x - 162$$

$$P(-9|491)$$

d)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1,5x^2 - 70x + 3$

$$f'(x) = x^2 + 3x - 70$$

$$P_1(7| -299\frac{1}{6}) ; P_2(-10|519\frac{2}{3})$$

e)  $f(x) = x^3 + 4,5x^2 + 15x - 4$

$$f'(x) = 3x^2 + 9x + 15$$

Keine Extremwerte

f)  $f(x) = -2\frac{1}{3}x^3 - 63x^2 - 567x - 4$

$$f'(x) = -7x^2 - 126x - 567$$

$$P(-9|1697)$$

g)  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 8$

$$f'(x) = -1x^2 - 2x - 1$$

$$P(-1|8\frac{1}{3})$$

h)  $f(x) = -x^3 - 30x^2 - 300x + 5$

$$f'(x) = -3x^2 - 60x - 300$$

$$P(-10|1005)$$

i)  $f(x) = 3x^3 - 36x^2 + 189x - 7$

$$f'(x) = 9x^2 - 72x + 189$$

Keine Extremwerte

j)  $f(x) = -3\frac{1}{3}x^3 + 90x^2 - 810x + 9$

$$f'(x) = -10x^2 + 180x - 810$$

$$P(9| -2421)$$

k)  $f(x) = 2x^3 + 9x^2 - 108x + 3$

$$f'(x) = 6x^2 + 18x - 108$$

$$P_1(3| -186) ; P_2(-6|543)$$

l)  $f(x) = -1\frac{1}{3}x^3 - 14x^2 + 72x + 6$

$$f'(x) = -4x^2 - 28x + 72$$

$$P_1(2|83\frac{1}{3}) ; P_2(-9| -804)$$

## 5 Extrem- und Wendepunkte von ganzrationalen Funktionen dritten Grades

Gegeben ist die ganzrationale Funktion  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .  
Bestimme die erste und zweite Ableitung und berechne durch Nullsetzen die Extrempunkte und Wendepunkte.

a)  $f(x) = -x^3 + 13,5x^2 - 24x + 1$

b)  $f(x) = 2\frac{2}{3}x^3 - 72x + 6$

c)  $f(x) = -1\frac{1}{3}x^3 - 20x^2 - 96x + 7$

d)  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 9x^2 - 20x + 3$

e)  $f(x) = 1\frac{1}{3}x^3 + 8x^2 - 128x - 7$

f)  $f(x) = 3x^3 + 18x^2 - 405x + 6$

g)  $f(x) = 2x^3 + 33x^2 + 168x + 7$

h)  $f(x) = -3\frac{1}{3}x^3 + 160x + 1$

i)  $f(x) = -1\frac{1}{3}x^3 + 16x^2 - 64x - 9$

j)  $f(x) = -2\frac{1}{3}x^3 - 31,5x^2 - 203x - 10$

*Knicke zuerst den Zettel an der Linie um, ohne Dir die Lösungen anzuschauen. Löse alle Aufgaben und vergleiche erst dann Deine Ergebnisse.*

$$f'(x) = -3x^2 + 27x - 24$$

$$f''(x) = -6x + 27$$

$$P_1(1 | -10,5) ; P_2(8 | 161)$$

$$P_W(4,5 | 75,25)$$

$$f'(x) = 8x^2 - 72$$

$$f''(x) = 16x$$

$$P_1(-3 | 150) ; P_2(3 | -138)$$

$$P_W(0 | 6)$$

$$f'(x) = -4x^2 - 40x - 96$$

$$f''(x) = -8x - 40$$

$$P_1(-6 | 151) ; P_2(-4 | 156\frac{1}{3})$$

$$P_W(-5 | 153\frac{2}{3})$$

$$f'(x) = 2x^2 + 18x - 20$$

$$f''(x) = 4x + 18$$

$$P_1(-10 | 436\frac{1}{3}) ; P_2(1 | -7\frac{1}{3})$$

$$P_W(-4,5 | 214,5)$$

$$f'(x) = 4x^2 + 16x - 128$$

$$f''(x) = 8x + 16$$

$$P_1(4 | -305\frac{2}{3}) ; P_2(-8 | 846\frac{1}{3})$$

$$P_W(-2 | 270\frac{1}{3})$$

$$f'(x) = 9x^2 + 36x - 405$$

$$f''(x) = 18x + 36$$

$$P_1(-9 | 2922) ; P_2(5 | -1194)$$

$$P_W(-2 | 864)$$

$$f'(x) = 6x^2 + 66x + 168$$

$$f''(x) = 12x + 66$$

$$P_1(-4 | -265) ; P_2(-7 | -238)$$

$$P_W(-5,5 | -251,5)$$

$$f'(x) = -10x^2 + 160x + 160$$

$$f''(x) = -20x$$

$$P_1(4 | 427\frac{2}{3}) ; P_2(-4 | -425\frac{2}{3})$$

$$P_W(0 | 1)$$

$$f'(x) = -4x^2 + 32x - 64$$

$$f''(x) = -8x + 32$$

$$P(4 | -94\frac{1}{3})$$

$$P_W(4 | -94\frac{1}{3})$$

$$f'(x) = -7x^2 - 63x - 203$$

$$f''(x) = -14x - 63$$

Keine Extremwerte

$$P_W(-4,5 | 478,25)$$

## Inhaltsverzeichnis

1	Nullstellen einfacher quadratischer Funktionen mit der pq-Formel.	1
2	Nullstellen quadratischer Funktionen mit der pq-Formel.	2
3	Nullstellen quadratischer Funktionen mit der pq-Formel.	3
4	Extrempunkte von Polynomen dritten Grades.	4
5	Extrem- und Wendepunkte von ganzrationalen Funktionen dritten Grades	5