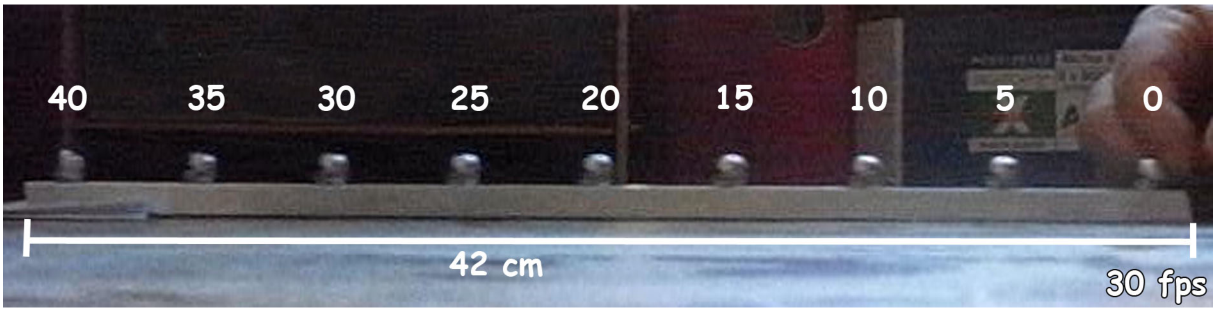


Abbildung 1.1: Überlagerung des Bewegungsablaufs einer rollenden Kugel. Die Zahlen über den Kugeln geben die Bildnummer an. Es wurden 30 Bilder pro Sekunde gemacht. Die Bahnlänge betrug 42 cm.

1 Bewegungsanalyse mit der Kamera

Auf einer geraden Bahn wird eine Kugel gesetzt und angestoßen. Die Kugel rollt die Bahn entlang. Der Vorgang wurde mit einer Kamera aufgenommen. In Abbildung 1.1 wurden ausgewählte Bilder aus dem Film zu einem Bild überlagert. Die Bildnummern wurden über den Kugeln notiert. Die Aufnahme wurde mit 30 fps (fps: frames per second / Bilder pro Sekunde) aufgenommen.

1. Gebe den Maßstab des Bildes an. ....
2. Berechne die Zeit zwischen zwei Bildern des Films. ....
3. Messe den Abstand l zwischen den Kugelbildern und dem Startpunkt im Bild. Trage deine Ergebnisse in Tabelle 1.1 ein.
4. Berechne die zurückgelegte Strecke der Kugel s für jedes Kugelbild aus dem Abstand l unter Verwendung des Maßstabs. Trage dein Ergebnis in Tabelle 1.1 ein.
5. Berechne die vergangene Zeit t seit dem Start für jedes Kugelbild. Trage dein Ergebnis in Tabelle 1.1 ein.
6. Zeichne das $s(t)$-Diagramm. Beschreibe den Verlauf des Graphen.

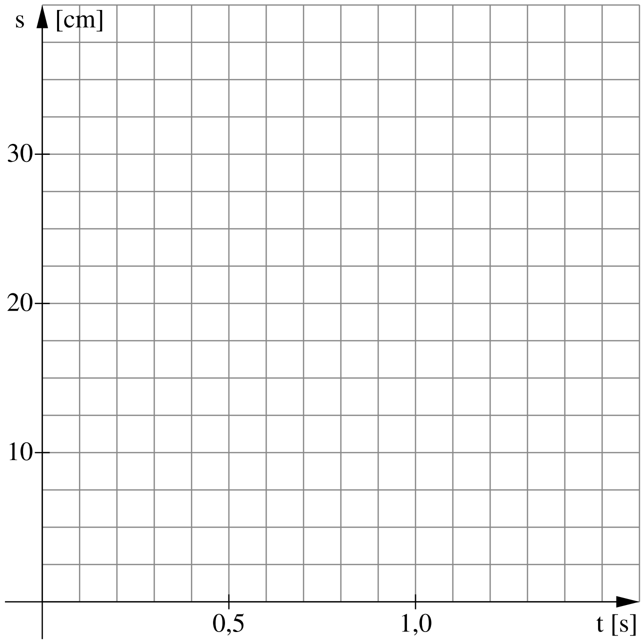


Bild	0	5	10	15	20	25	30	35	40
l [cm]	0,00								
s [cm]	0,0								
t [s]	0,00								

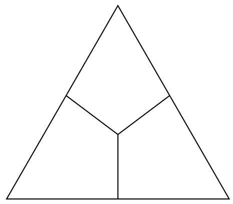
Tabelle 1.1: Auswertungstabelle für die Abbildung 1.1.

2 Lineare unbeschleunigte Bewegung

$v =$

$s =$

$t =$



Aufgaben

1. Franz braucht für den Weg von zu Hause zur Schule 10 Minuten mit dem Fahrrad. Sein Bruder braucht 30 Minuten zu Fuß. Die Schule ist 2,5 km entfernt. Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit von Franz und seinem Bruder auf dem Schulweg.
2. Hans ist 40 Minuten lang mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 20 km/h gefahren. Danach ist er 20 Minuten lang mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 14 km/h gefahren. Berechne die zurückgelegte Strecke und die Durchschnittsgeschwindigkeit.
3. Bernds Vater ist 12 Minuten lang auf einem Autobahnteilstück mit konstant 130 km/h gefahren. Berechne die Streckenlänge.
4. Von Hamburg nach Dessau sind 376 km zu fahren. Nicos Vater schafft eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 110 km/h. Berechne die reine Fahrtzeit ohne Pause.
5. Tim und Julia machen eine Fahrradtour zu einer Physikaustellung. Sie fahren um 10 Uhr ab und kommen 12:15 Uhr dort an. Nach Tims Tachometer haben sie auf der Hinfahrt eine Strecke von 40,5 km zurückgelegt. Um 16 Uhr fahren sie wieder zurück und sind um 18:30 Uhr wieder zu Hause. Sie haben auf dem Rückweg einen Umweg gemacht und sind 49,75 km gefahren. Berechne die jeweiligen Durchschnittsgeschwindigkeiten für die Hin- und die Rückfahrt, sowie für die gesamte Fahrt.
6. Freya und Naja fahren mit dem Tandem zur Schule. Die Entfernung beträgt 12 km. Sie schaffen eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 18 km/h. Bestimme den Zeitpunkt ihrer Abfahrt, wenn sie um 7:45 Uhr an der Schule eintreffen wollen.
7. Der Regionalexpress Stade-Hamburg-Neugraben fährt um 20:26 Uhr in Neugraben los und erreicht Stade um 21:57 Uhr. Die Streckenlänge beträgt 30 km. Bestimme die Durchschnittsgeschwindigkeit des Zuges.
8. Für die Strecke Kiel-Stade (145 km) benötigt Herr Vanhoefer mit dem Auto 1 Stunde und 50 Minuten. Bestimme seine Durchschnittsgeschwindigkeit. Frau Vanhoefer fährt am Freitag im Berufsverkehr die gleiche Strecke. Sie kommt auf eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h. Berechne ihre Ankunftszeit, wenn Sie um 13:30 Uhr losgefahren ist.
9. Rudi Raser fährt auf der 20 km langen Strecke die ersten 10 km mit einer konstanten Geschwindigkeit von 50 km/h. Bestimme die Geschwindigkeit auf dem zweiten Streckenabschnitt, wenn er für die gesamte Strecke eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 100 km/h erreichen will.

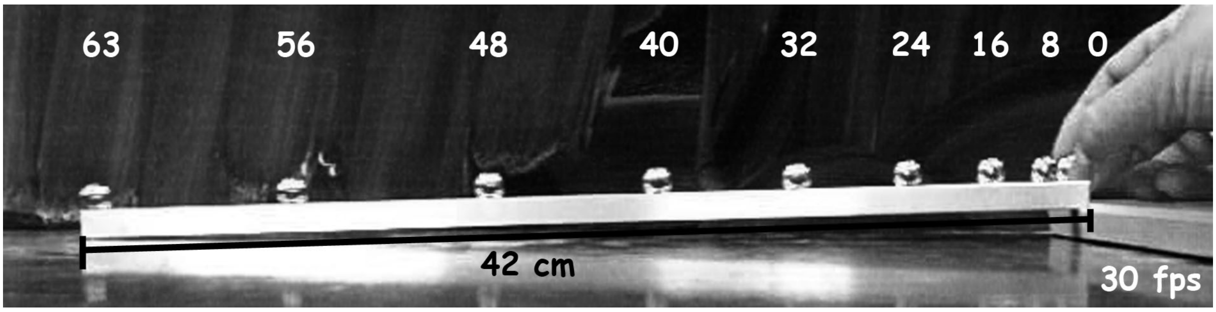


Abbildung 3.1: Überlagerung des Bewegungsablaufs einer abwärtsrollenden Kugel. Die Zahlen über den Kugeln geben die Bildnummer an. Es wurden 30 Bilder pro Sekunde gemacht. Die Bahnlänge betrug 42 cm.

3 Die gleichförmig beschleunigte Bewegung

Auf einer geneigten Bahn wird eine Kugel gesetzt und losgelassen. Die Kugel beschleunigt und rollt die Bahn hinunter. Der Vorgang wurde mit einer Kamera aufgenommen. In Abbildung 3.1 wurden ausgewählte Bilder aus dem Film zu einem Bild überlagert. Die Bildnummern wurden über den Kugeln notiert. Es wurden 30 Bilder pro Sekunde aufgenommen.

1. Gebe den Maßstab des Bildes an. ....
2. Der nächste Schritt ist die Vermessung des Bildes. Messe für jeden angegeben Zeitpunkt den Abstand l der Kugeln vom Startpunkt aus. Die Umrechnung auf die Realität erfolgt erst im nächsten Schritt. Trage deine Ergebnisse in Tabelle 3.1 ein.
3. Jetzt werden die Bilddaten in die realen Werte umgerechnet. Berechne die zurückgelegte Strecke der Kugel s für jedes Bild aus der gemessenen Strecke und dem Maßstab. Trage dein Ergebnis in Tabelle 3.1 ein.
4. Berechne die vergangene Zeit t seit dem Start. Benutze dazu die Bildnummern. Trage dein Ergebnis in Tabelle 3.1 ein.
5. Zeichne das $s(t)$-Diagramm. Beschreibe den Verlauf des Graphen.
6. Berechne die Länge der Strecke Δs jeweils zwischen zwei Kugelabbildungen. Notiere die Ergebnisse.
7. Berechne den Zeitunterschied Δt zwischen den Bildern. Auch diese Werte trage in Tabelle 3.1 ein.
8. Bestimme aus Δs und Δt die momentane Geschwindigkeit v der Kugel.
9. Zeichne das $v(t)$-Diagramm. Beschreibe den Verlauf des Graphen.
10. Bestimme die Veränderung der Geschwindigkeit aus dem Graphen.

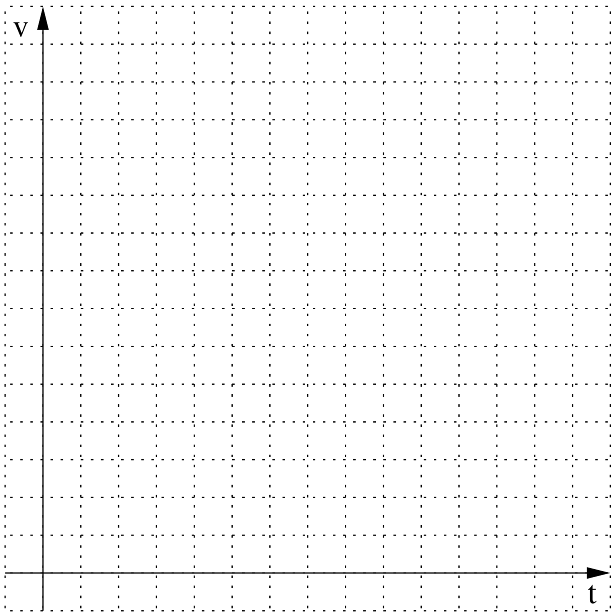
Bild	0	8	16	24	32	40	48	56	63
l [cm]	0,00								
s [cm]	0,0								
t [s]	0,00								
Δs [cm]	—								
Δt [s]	—								
v [cm/s]	0,0								

Tabelle 3.1: Auswertungstabelle für die Abbildung 3.1.

4 Graphische Deutung der gleichförmig beschleunigten Bewegung

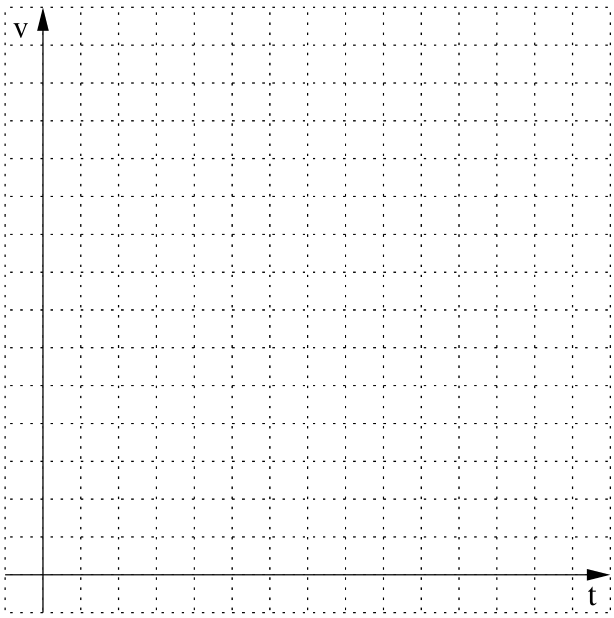
A 4.1. Professor Phisigma fährt mit einem Prototypen für eine neues Bootsmodell die erste Stunde mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h. Die beiden nächsten Stunden mit einer Geschwindigkeit von 70 km/h und die letzten zwei Stunden mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h. Die Beschleunigungsphasen zwischen den Geschwindigkeitswechseln können vernachlässigt werden.

a) Stelle die Geschwindigkeiten in einem $v(t)$-Diagramm dar.
b) Schraffiere die Fläche unter dem $v(t)$-Graphen.
c) Bestimme die komplett zurückgelegte Strecke.

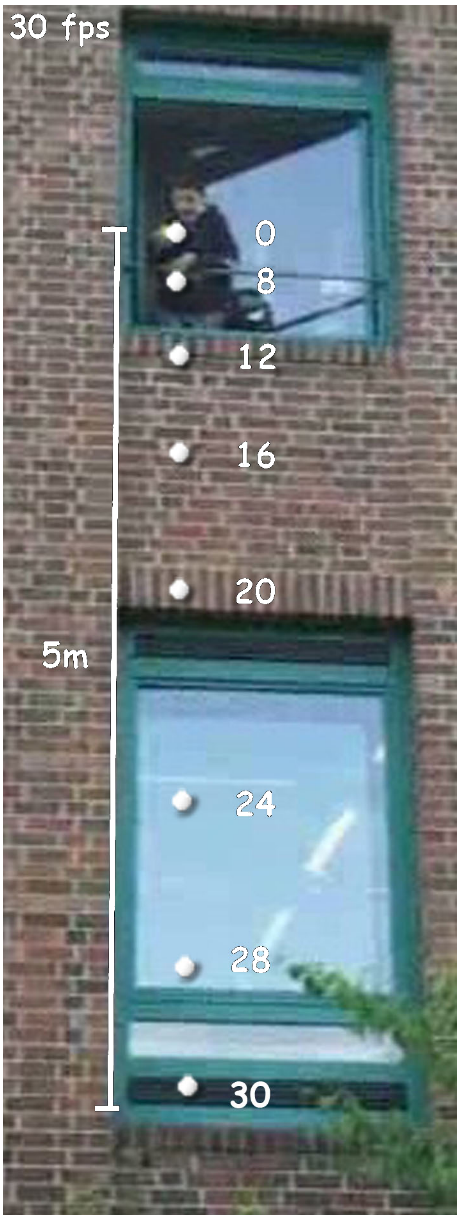


A 4.2. Professor Phisigma beschleunigt das Boot mit einer konstanten Beschleunigung von $a = 0{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ über einen Zeitraum von 25 s.

a) Bestimme die Endgeschwindigkeit.
b) Stelle die Bewegung in einem $v(t)$-Diagramm dar.
c) Schraffiere die Fläche unter dem $v(t)$-Graphen.
d) Bestimme die komplett zurückgelegte Strecke.



5 Freier Fall



Ein besondere Form der beschleunigten Bewegung ist der freie Fall. Deshalb wird auch die Fallbeschleunigung anstatt mit dem Buchstaben a mit dem Buchstaben g abgekürzt. Es gelten dann die Formeln:

$$v = g \cdot t \tag{5.1}$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \tag{5.2}$$

1. Ermittle den Maßstab des Bildes rechts.
2. Werte das Bild mithilfe der Tabelle 5.1 aus.
3. Zeichne das h-t-Diagramm.
4. Lege mithilfe des GTR eine Ausgleichskurve durch die Datenpunkte und gebe die Funktion der Ausgleichskurve an.
5. Deute die Ausgleichskurve physikalisch und versuche sie zu korrigieren.
6. Bestimme die Fallbeschleunigung aus dem Funktionsterm der Ausgleichskurve.
7. Bestimme die Fallbeschleunigung durch die Formel 5.2
8. Gebe die ermittelte Fallbeschleunigung an:
   $g =$

Bild	0	8	12	16	20	24	28	30
t [s]	0,00							
l [cm]	0,0							
h [m]	0,00							

Tabelle 5.1: Auswertungstabelle für den freien Fall. Maßstab: ____________

6 Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Geschwindigkeit	$v = a \cdot t$
Strecke	$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$
Durchschnittsgeschwindigkeit	$\overline{v} = \frac{v}{2} = \frac{a \cdot t}{2}$

A 6.1. Ergänze die folgende Tabelle mit Formeln für die gleichförmig beschleunigte Bewegung.

a: konstante Beschleunigung; s: Strecke; t: Zeit; v: Endgeschwindigkeit

$a(s,t) =$	$t(a,s) =$
$a(s,v) =$	$t(a,v) =$
$a(t,v) =$	$t(s,v) =$
$s(a,t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2$	$v(a,s) =$
$s(a,v) =$	$v(a,t) = a \cdot t$
$s(v,t) =$	$v(s,t) =$

A 6.2. Auf dem Mond ($g = 1{,}62\,\mathrm{m/s^2}$) wirft ein Astronaut eine Minisonde in eine dunkle Spalte. Nach 5,2 Sekunden gibt die Sonde das Signal, dass sie aufgeschlagen ist. Bestimme die Tiefe der Spalte und die Aufprallgeschwindigkeit.

A 6.3. Dragster-Rennen sind Beschleunigungswettkämpfe über eine kurze Distanz (Viertelmeile $\approx 402{,}34\,\mathrm{m}$). Um bei der Klasse *Modified Public* mitzufahren, müssen die Fahrzeuge die Strecke in höchstens 12 Sekunden zurücklegen. Bestimme die durchschnittliche Beschleunigung und die Endgeschwindigkeit für diese Vorgabe.

A 6.4. Bei einem Bremstest für den Airbus A380 wird eine Schwungscheibe auf $90{,}07\,\mathrm{m/s}$ (Randgeschwindigkeit) beschleunigt. Ein Reifen des Airbus A380 bremst die Schwungscheibe in $1120\,\mathrm{m}$ auf Null ab. Bestimme die Bremsbeschleunigung und Bremszeit.

A 6.5. Ein überaktiver Schüler läßt aus dem Treppenhaus im dritten Stock ($h = 11{,}5\,\mathrm{m}$) eine Flasche ins Erdgeschoss fallen ($g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$). Bestimme die Fallzeit und die Aufprallgeschwindigkeit.

A 6.6. Der VW *New Beetle* beschleunigt in 8,7 Sekunden von 0 auf 100 km/h. Bestimme die durchschnittliche Beschleunigung und die benötigte Strecke.

A 6.7. Der ICE erreicht eine Beschleunigung von etwa $0{,}5\,\mathrm{m/s^2}$. Auf einer bestimmten Strecke beträgt seine Reisegeschwindigkeit $234\,\mathrm{km/h}$. Bestimme die Beschleunigungszeit und die dafür benötigte Strecke.

$m1$ [kg]	m_2 [kg]	M [kg]	F_g [N]	a [m/s^2]	t [s]
0,2	0,8	1,0			0,36
0,3	0,7	1,0			0,38
0,4	0,6	1,0			0,41
0,5	0,5	1,0			0,45
0,6	0,4	1,0			0,50
0,7	0,3	1,0			0,58
0,8	0,2	1,0			0,71
0,2	0,5	0,7			0,38
0,3	0,5	0,8			0,40
0,4	0,5	0,9			0,43
0,5	0,5	1,0			0,45
0,6	0,5	1,1			0,47
0,7	0,5	1,2			0,49
0,8	0,5	1,3			0,51

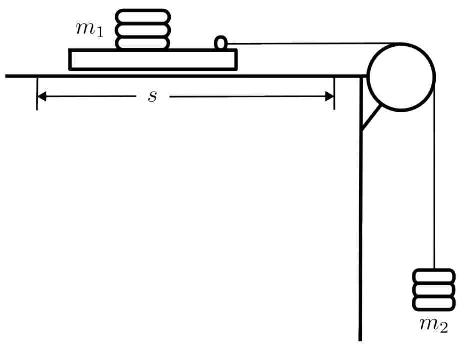


Abbildung 7.1: Aufbau und Messwerte des Versuchs zur Beschleunigung

7 Beschleunigungskraft

Experiment 7.1. An einem Schlitten einer Schwebebahn mit der Masse m_1 wird mit einem Seil über eine Umlenkrolle eine Masse m_2 befestigt. (Siehe Abbildung 7.1) Der Wagen gleitet dabei reibungsfrei über die Bahn. Die Zeit t, die er für die Strecke $s = 0{,}5\,\mathrm{m}$ braucht, wird gemessen. Es werden zwei Messreihen durchgeführt. Bei einer wird die Gesamtmasse M konstant gehalten, bei der anderen wird die beschleunigende Masse m_2 und damit die Kraft $F = F_g$ konstant gehalten.

a) Berechnen Sie aus m_2 die beschleunigende Kraft $F = F_g$ und aus der Zeit t die Beschleunigung a.
b) Zeichnen Sie die Graphen $a(F)$ und $a(M)$.
c) Bestimmen Sie die funktionalen Zusammenhänge $a(F)$ und $a(M)$.
d) Stellen Sie eine Hypothese für den Zusammenhang $F(a,m)$ auf der Basis der bisherigen Ergebnisse auf.

Die Ursache einer beschleunigten Bewegung ist eine Kraft. Die sogenannte Grundgleichung der Dynamik lautet

Kraft ist ____________ mal ______________________________ $F = \quad \cdot \quad$ (7.1)

A 7.1. Bei einer Landung eines Transportflugzeugs *Grumman C-2* ($m = 22\,\mathrm{t}$) auf einem Flugzeugträger wird das Flugzeug innerhalb einer Sekunde von 120 Knoten auf Null abgebremst. Beim Katapultstart wird das gleiche Flugzeug in 1,5 Sekunden von Null auf 140 Knoten beschleunigt. (1 Knoten = 1 Seemeile/h = 1,852 km/h)

a) Berechnen Sie die Bremsbeschleunigung und die nötige Bremskraft.
b) Berechnen Sie die Startbeschleunigung und die nötige Kraft.

A 7.2. Im Film *Stirb langsam* versucht der Hauptdarsteller John McClane (Bruce Willis) durch einen senkrechten Luftschacht zu entkommen. Dabei verfehlt er eine Öffnung und stürzt zwei Geschosse hinab, bevor er sich an einer anderen Öffnung festhalten kann. Sein Bremsweg entspricht dabei einer Oberarmlänge. In einem Hochhaus kann man eine Geschosshöhe von 4 m annehmen.

a) Berechnen Sie seine maximale Fallgeschwindigkeit.
b) Bestimmen Sie die nötige Bremsbeschleunigung, wenn es Ihnen an McClanes Stelle gelingen würde gleichmäßig abzubremsen.
c) Beurteilen Sie die Glaubwürdigkeit der Filmszene.

8 Kinetische Energie

Ziel der nächsten Aufgaben ist es eine Formel für die kinetische Energie zu entwickeln.

A 8.1. Vorüberlegungen:

a) Gebe die Formeln für Endgeschwindigkeit und zurückgelegte Strecke bei gleichförmig beschleunigten Bewegungen an.

b) Gebe eine Formel für die zurückgelegte Strecke in Abhängigkeit von Endgeschwindigkeit und Beschleunigung an.

c) Gebe an von welchen Größen die Hubarbeit abhängt und nenne die Formel für die potentielle Energie bzw. Hubarbeit.

d) Eine Frau ($m = 60\,kg$) fällt unter Vernachlässigung der Luftreibung vom 10 m-Brett. Berechne ihre Lageenergie vor dem Fall und die kinetische Energie nach dem Fall.

A 8.2. Bei einem freien Fall wandelt sich die potentielle Energie in ____________________ Energie um.

a) Ersetze die Größe h in der Formel für die Lageenergie. Nutze dafür das Ergebnis aus Teilaufgabe b) der obigen Aufgabe.

b) Vereinfache den Term. Gebe nun die Formel für die kinetische Energie an.

$$E_{\text{kin}} =$$

A 8.3. Zeige unter Verwendung der Formeln für die potentielle und kinetische Energie, dass beim freien Fall die Endgeschwindigkeit nicht von der Masse abhängt.

A 8.4. Stelle eine Formel für die Endgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Fallhöhe auf.

A 8.5. Stelle eine Tabelle auf, in der ein Aufprall mit Geschwindigkeiten von 10 km/h bis 200 km/h mit passenden Fallhöhen verglichen wird.

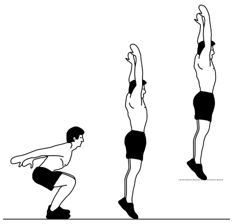
A 8.6. Beim GTI-Treffen am 30. Mai 2011 am Wörthersee stellte Audi den A1 Clubsport Quattro vor. Der Wagen hat eine Motorleistung von 370 kW (503 PS). Bei einem Leergewicht von 1390 kg beschleunigt der Wagen in 3,7 s von 0 km/h auf 100 km/h.

a) Berechne die durchschnittliche Beschleunigung!
b) Bestimme die kinetische Energie des Wagens bei 100 km/h.
c) Berechne die Beschleunigungsleistung.
d) Vergleiche die Beschleunigungsleistung mit der Motorleistung. Bestimme den Wirkungsgrad.
e) Erläutere den Begriff Leergewicht.

9 Senkrechter Wurf

Experiment 9.1. Bestimmung der Reaktionszeit
Einen Meterstab benutzt man normalerweise zur Messung von Strecken. Du kannst Ihn auch zur Messung von Zeit verwenden. Entwerfe einen Versuch zur Messung Deiner Reaktionszeit und führe Ihn durch.

Experiment 9.2. Sprung aus der Hocke
Springe, wie in der Abbildung rechts zu sehen, senkrecht hoch. Messe die Höhe vom Boden bis zu den Füßen. Entwerfe einen geeigneten Messaufbau.



a) Bestimme aus den gemessenen Daten die Absprunggeschwindigkeit.
b) Bestimme aus den gemessenen Daten die Flugzeit.

Gesetz 9.1. *Bewegt sich ein Objekt mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben, dann gelten für die Geschwindigkeit $v(t)$ und die Höhe $h(t)$ unter Vernachlässigung der Luftreibung die Formeln:*

$$v(t) = v_0 - gt \qquad h(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{9.1}$$

Im Scheitelpunkt ist die Geschwindigkeit $v(t)$ gleich null.

A 9.1. Herr Phisigma hat eine Kartoffelkanone gebaut. Um sie zu testen, feuert er eine Kartoffel genau senkrecht ab. Den Abschuss hat er mit einer Kamera gefilmt und danach die Höhe h in Abhängkeit von der Zeit t gemessen und in der Tabelle 9.1 notiert.

t [s]	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
h [m]	0,00	1,80	3,22	4,23	4,86	5,10	4,94	4,39	3,44	2,11	0,38

Tabelle 9.1: Die Höhe in Abhängigkeit von der Zeit bei einem senkrechten Wurf.

a) Stelle die Daten aus Tabelle 9.1 in einem $h(t)$-Diagramm dar.
b) Bestätige, dass der funktionale Zusammenhang aus der Formel 9.1 mit den Daten übereinstimmt.
c) Bestimme aus den Daten die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und den Ortsfaktor g.
d) Bestimme die maximale Höhe und den Zeitpunkt, wann dieser erreicht wurde.

A 9.2. Trevor Trampel ist Trampolinspringer. Für einen Rekordversuch will er sich mit einem Trampolin so in die Höhe schießen lassen, dass er mit den ausgestreckten Armen sich an die Plattform eines 10 m-Turms klammern kann. Die Oberfläche des Trampolins befindet sich auf Bodenhöhe. Trevor ist mit ausgestreckten Armen 2,50 m lang. Berechne die minimale Anfangsgeschwindigkeit für dieses Experiment. Die Luftreibung kann vernachlässigt werden.

A 9.3. Für ein Experiment legt Herr Phisigma eine Kugel ($m = 200\,\mathrm{g}$) auf eine Feder mit der Federhärte $D = 1\,\mathrm{N/cm}$. Dann drückt er die Feder mit Hilfe eines Hebels um die Strecke $s = 30\,\mathrm{cm}$ zusammen und fixiert sie in dieser Position. Dann löst er die Verriegelung und die Kugel wird senkrecht nach oben beschleunigt.

Für die Anfangsgeschwindigkeit v_0 gilt die folgende Gleichung: $$v_0 = \sqrt{\frac{D\,s^2}{m}} \tag{9.2}$$

a) Berechne die Anfangsgeschwindigkeit v_0.
b) Leite die Formel 9.2 über einen Energievergleich her.
c) Bestimme die maximale Höhe und die Flugzeit der Kugel.

10 Waagerechter Wurf

Beispiel 10.1. Bei einer Stunt-Show fährt ein Auto mit $v_{\|} = 36\,\mathrm{km/h}$ über eine Kaimauer. Die Kaimauer ist $8\,\mathrm{m}$ hoch.

a) Wie lange fliegt das Auto?
b) Wie weit fliegt das Auto?
c) Wie schnell ist das Auto beim Aufprall?
d) Wie groß ist der Aufprallwinkel?

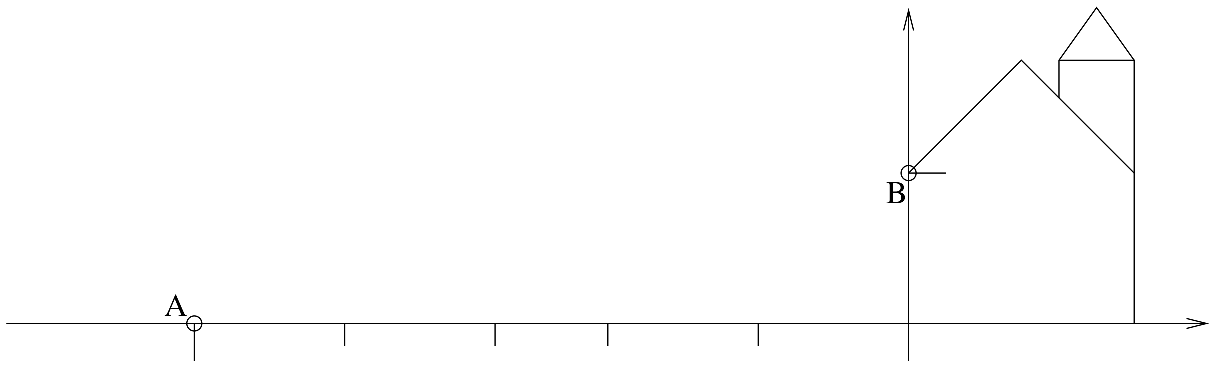
Experiment 10.1. Auf welche Geschwindigkeit kannst Du eine Murmel mit einem Fingerschnipp beschleunigen?

Um die Geschwindigkeit zu messen steht Dir nur ein Maßstab (Bandmaß, Faltgliedermaßstab, Meterstab) zur Verfügung. Entwerfe ein Experiment, um die Geschwindigkeit zu bestimmen. Führe das Experiment durch und bestimme die Geschwindigkeit der Kugel.

11 Einer flog ins Kirchendach

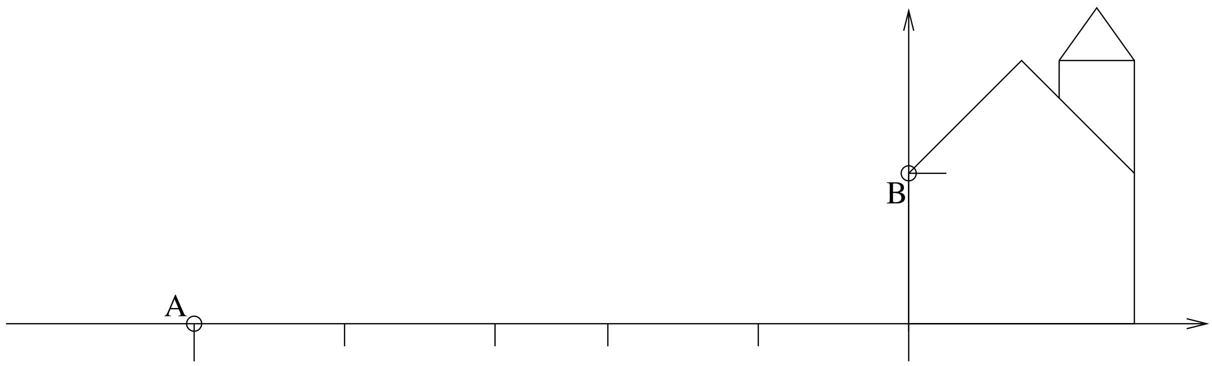
1. Beschreibe die Bahn eines Körpers beim schiefen Wurf.
2. Gebe die allgemeine mathematische Darstellung der Bahnfunktion an.
3. Zähle die unbekannten Faktoren in der Funktion.
4. Geben an, wieviele Informationen zur Bestimmung einer Bahnfunktion notwendig sind.
5. Lese den Artikel aus dem Stader Tageblatt vom 27.01.2009.

11.1 Annahme: Das Auto trifft das Kirchendach am Scheitelpunkt.



1. Skizziere die Flugbahn und beschrifte die Punkte.
2. Gebe die Punkte A und B des Graphens an. $A(\quad | \quad)$ $B(\quad | \quad)$
3. Setze die zwei Punkte in die allgemeine Bahnfunktion ein.
4. Untersuche die Ableitung der Bahnfunktion in Punkt B. Gebe eine Gleichung dafür an.
5. Löse das Gleichungssystem aus den drei Gleichungen und gebe die Bahnfunktion ein.
6. Bestimme den Absprungwinkel in Punkt A.
7. Berechne die Abschußgeschwindigkeit $v_\perp$ eines Körpers, der im senkrechten Wurf die Höhe des Kirchendachs erreicht.
8. Bestimme die Geschwindigkeit des Wagens und vergleiche sie mit dem Tempolimit innerhalb geschlossener Ortschaften.

11.2 Annahme: Der ideale Wurf - Absprungwinkel $45°$



1. Skizziere die Flugbahn und beschrifte die Punkte.
2. Gebe die Punkte A und B des Graphens an. $A(\quad | \quad)$ $B(\quad | \quad)$
3. Setze die zwei Punkte in die allgemeine Bahnfunktion ein.
4. Untersuche die Ableitung der Bahnfunktion in Punkt A. Gebe eine Gleichung dafür an.
5. Löse das Gleichungssystem aus den drei Gleichungen und gebe die Bahnfunktion ein.
6. Berechne die Höhe des Scheitelpunkts der Bahn.
7. Berechne die Abschußgeschwindigkeit $v_\perp$ eines Körpers, der im senkrechten Wurf die Höhe des Scheitelpunkts erreicht.
8. Bestimme die Geschwindigkeit des Wagens und vergleiche sie mit dem Tempolimit innerhalb geschlossener Ortschaften.

12 Auswertung eines Versuchs zur Kreisbewegung

Für einen Versuch zur Zentrifugalbeschleunigung wird ein Smartphone auf einer motorisierten Drehscheibe befestigt. Im ersten Versuch wird die Frequenz f der Drehbewegung bei konstantem Abstand zur Drehachse (Radius $r = 0{,}5$m) variiert und die Beschleunigung mit dem Beschleunigungssensor gemessen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 12.1 festgehalten.

f[Hz]	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,75	1,00
a_z[m/s^2]	0,2	0,8	1,8	3,2	4,9	11,1	19,7

Tabelle 12.1: Die gemessene Beschleunigung bei konstantem Radius $r = 0{,}5$m und verschiedenen Frequenzen.

A 12.1. Werten Sie den Versuch aus.

a) Stellen Sie Versuchswerte in einem $a_z(f)$-Diagramm dar.
b) Bestimmen Sie mit dem GTR den funktionalen Zusammenhang $a_z(f)$.

Beim zweiten Versuch wird der Abstand zur Drehachse (Radius r) bei konstanter Frequenz $f = 0{,}5$Hz der Drehbewegung variiert und die Beschleunigung mit dem Beschleunigungssensor gemessen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 12.2 festgehalten.

r[m]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
a_z[m/s^2]	1,0	2,0	3,0	3,9	4,9	5,9	6,9

Tabelle 12.2: Die gemessene Beschleunigung bei konstanter Frequenz $f = 0{,}5$Hz und verschiedenen Radien.

A 12.2. Werten Sie den Versuch aus.

a) Stellen Sie Versuchswerte in einem $a_z(r)$-Diagramm dar.
b) Bestimmen Sie mit dem GTR den funktionalen Zusammenhang $a_z(r)$.

A 12.3. Kombinieren Sie die beiden funktionalen Zusammenhänge $a_z(f)$ und $a_z(r)$ zu einem funktionalen Zusammenhang $a_z(f,r)$.

13 Kreisbewegung

Für eine Kreisbewegung mit n Umläufen in der Zeit t gilt:

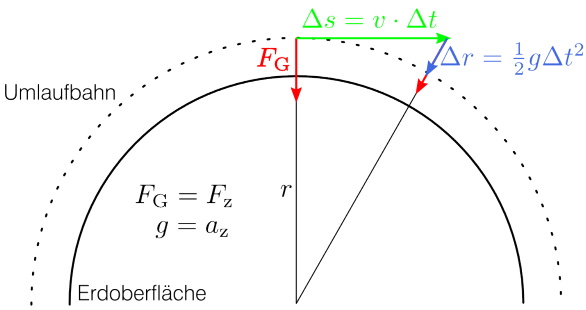
$$\text{Umlaufzeit } T = \frac{t}{n} \text{ und Frequenz } f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t} \tag{13.1}$$

Der in einem Zeitabschnitt Δt vom Radiusvektor überstrichene Winkel $\Delta\varphi$ wird nicht in Grad sondern im Bogenmaß gemessen. Es gilt

$$\text{Winkelgeschwindigkeit} \quad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \tag{13.2}$$

Hat der Kreis den Radius r und wird in einem Zeitabschnitt Δt der Bogen Δs zurückgelegt, dann gilt:

$$\text{Bahngeschwindigkeit} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi \cdot r}{\Delta t} = \omega r \tag{13.3}$$



Die Beschleunigung der gleichförmigen Kreisbewegung ist immer orthogonal zur Bahngeschwindigkeit und zeigt zum Zentrum des Kreises.

$$\text{Zentripetalbeschleunigung} \quad a_z = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \tag{13.4}$$

$$\text{Zentripetalkraft} \quad F_z = m a_z = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r} \tag{13.5}$$

A 13.1. Der Rotor (Durchmesser 13 m) des Hubschraubers UH Tiger dreht sich im Flug 330-mal pro Minute um seine Achse.

a) Bestimmen Sie die Frequenz f, Umlaufzeit T und die Winkelgeschwindigkeit ω des Rotors.
b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Rotorspitzen und die darauf wirkende Beschleunigung.

A 13.2. Der Velaro E ist eine Weiterentwicklung des ICE 3 für Spanien. Seine Räder haben im Neuzustand einen Durchmesser von 920 mm. Die Räder können bis 840 mm abgefahren werden. Die Höchstgeschwindigkeit des Velaro E beträgt 350 km/h.

a) Berechnen Sie Umdrehungszeit und Frequenz der Räder bei Höchstgeschwindigkeit und nagelneuen Rädern.
b) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Rades.
c) An einem der neuen Räder ist ein Stück mit der Masse $m = 50$ g abgeplatzt. Diskutieren Sie, welche Kräfte auf das Rad dadurch wirken.

A 13.3. Die Erde dreht sich, bezogen auf den Sternenhimmel, in 23 h 56 min 4 s einmal um die eigene Achse. Diese Zeit bezeichnet man als Sternentag. Der Radius der Erde beträgt ca. 6370 km.

a) Bestimmen Sie für die Rotation der Erde um ihre Achse die Frequenz f und die Winkelgeschwindigkeit ω.
b) Vergleichen Sie die durch die Erddrehung verursachte Geschwindigkeit und Zentralbeschleunigung für einen Menschen am Äquator und in Stade (Breitengrad 56° 36′ N). Bestimmen Sie dazu in beiden Fällen den Radius des Bewegungskreises.
c) Begründen Sie, weshalb ein Mensch am Äquator schwerer wäre, wenn sich die Erde nicht drehen würde. Betrachen Sie die Situation auch quantitativ.
d) Berechnen Sie die Länge eines Sternentages, wenn ein Körper am Äquator scheinbar schwerelos wäre.

A 13.4. Ein Satellit bewegt sich auf einer Kreisbahn von Ost nach West in 200 km Höhe über dem Äquator um die Erde. Der Umfang der Erde am Äquator beträgt 40 076,6 km. Der Ortsfaktor in 200 km Höhe ist $9{,}22\,\mathrm{m/s^2}$.

a) Zeigen Sie, dass der Bahnradius des Satelliten etwa 6578 km beträgt.
b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit und Umlaufzeit bezogen auf die Erde für den Satelliten! Berücksichtigen Sie nicht die Eigendrehung der Erde.
c) Vergleichen Sie Winkelgeschwindigkeit und Umlaufzeit des Satelliten mit Berücksichtigung und ohne Berücksichtigung der Eigendrehung der Erde.
d) Begründen Sie, warum Satelliten meistens in östlicher Richtung gestartet werden.

14 Einschub: Wissenschaftliche Notation

In der Physik werden oft sehr große oder auch sehr kleine Zahlen verwendet. Um die Zahlen besser lesbar zu machen, gruppiert man die Ziffern in großen Zahlen zu Dreiergruppen. So beträgt etwa sie Lichtgeschwindigkeit im Vakuum 299 792 458 m/s. Schreibt man die Zahl per Hand, dann setzt man einen Punkt zwischen die Dreiergruppen. Im Druck verwendet man dagegen ein kleines Leerzeichen.

In den meisten Fällen speziell in der Schule ist einen Genauigkeit von 9 Stellen unsinnig. Für die Übungsaufgaben ist eine Genauigkeit von drei Stellen absolut ausreichend. Wenn man jetzt genau rundet, beträgt die Lichtgeschwindigkeit 300 000 000 m/s. Hier beginnt nun das Problem: eine Drei und acht Nullen sind in den Rechnungen aufzuschreiben und in den Taschenrechner einzugeben. Da sind Flüchtigkeitsfehler schon vorherzusehen.

Wenn man sich eine Zahl genauer ansieht, dann interessiert uns in erster Linie die Größenordung. Ob nun ein Gegenstand 10 oder 11 Euro kostet, ist für uns normalerweise weniger wichtig als wenn er 10 oder 100 Euro kosten würde. Die Größenordnung ist erst einmal das wichtigste Kriterium. Dabei steht die Größenordnung für den Faktor 10 bzw. für eine Stelle weiter links in der Ziffernfolge. Daher wird in der wissenschaftlichen Notation eine Zahl in eine Faktor und in ihre Größenordnung aufgeteilt. In der wissenschaftlichen Notation schreibt man für die Lichtgeschwindigkeit dann 3×10^8 m/s. Bei Taschenrechnern und Rechnern wird eine vereinfachte Darstellung wie 3E8 oder 3e8 verwendet. Dazu gibt es auf den Taschenrechnern eine spezielle Taste, die mit `EXP` oder `EE` beschriftet ist.

Auch bei sehr kleinen Zahlen hilft die Notation weiter. Ein Millimeter sind 0,001 Meter bzw. 1×10^{-3} Meter und ein Mikrometer sind 0,000 001 Meter bzw. 1×10^{-6} Meter. Die Ruhemasse eines Wasserstoffatoms beträgt $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg. Wer möchte schon diese Zahl auf normale Art und Weise aufschreiben oder in den Taschenrechner eingeben?

14.0.1 Rechnen

Sollen Zahl addiert oder subtrahiert werden, sollte man sie erst auf die gleiche Größenordnung bringen.

$$1{,}2 \times 10^{14} + 3{,}6 \times 10^{15} = 1{,}2 \times 10^{14} + 36 \times 10^{14} = (1{,}2 + 36) \times 10^{14} = 35{,}2 \times 10^{14} = 3{,}51 \times 10^{15}$$

Beim Multiplizieren und Dividieren trennt man Größenordnung und Faktor. Vereinfacht wird die Rechnung durch die Regeln für die Multiplikation und Divison von Potenzen mit gleicher Basis:

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c} \qquad \frac{a^b}{a^c} = a^{b-c} \tag{14.1}$$

$$1{,}2 \times 10^{14} \times 3{,}6 \times 10^{15} = (1{,}2 \times 3{,}6) \times \left(10^{14} \times 10^{15}\right) = 4{,}32 \times 10^{14+15} = 4{,}32 \times 10^{29}$$

$$\frac{3{,}6 \times 10^{15}}{1{,}2 \times 10^{14}} = \frac{3{,}6}{1{,}2} \times \frac{10^{15}}{10^{14}} = 3 \times 10^{15-14} = 3 \times 10^{1} = 30$$

Auch beim Potenzieren trennt man Größenordnung und Faktor. Auch hier vereinfacht sich die Rechnung durch die Regel für das Potenzieren von Potenzen.

$$\left(a^b\right)^c = a^{c \cdot b} \tag{14.2}$$

$$\left(3 \times 10^8\right)^2 = 3^2 \times \left(10^8\right)^2 = 9 \times 10^{2 \times 8} = 9 \times 10^{16}$$

15 Die Planeten und ihre Bahnen

Um Entfernungen im Sonnensystem besser beschreiben zu können, bedienen sich die Astrophysiker der astronomischen Einheit AE. Die AE entspricht in etwa dem mittleren Abstand zwischen Erde und Sonne und ist gerundet 149,6 Millionen km lang.

A 15.1. Die Planeten bewegen sich in Ellipsen um die Sonne, wobei die Sonne in einem der Brennpunkte der Ellipse steht. Als Näherung können wir aber die Planetenbahnen als Kreisbahnen betrachten.

Name	r [AE]	T [d]	r [Mio. km]	ω [1/s]	v [km/s]	a_z [m/s^2]
Merkur	0,387	87,97	57,9	$8{,}27 \times 10^{-07}$	47,86	$3{,}96 \times 10^{-02}$
Venus	0,723	224,70				
Erde	1,00	365,25				
Mars	1,524	686,98				
Ceres[1]	2,767	1680,15				
Jupiter	5,203	4331,87				
Saturn	9,582	10759,17				
Uranus	19,201	30685,02				
Neptun	30,047	60189,55				

a) Ergänze die obige Tabelle sinnvoll.

b) Stelle die Umlaufzeit T, die Winkelgeschwindigkeit ω, die Bahngeschwindigkeit v und die Zentrifugalbeschleunigung a_z jeweils in Abhängigkeit von r da.

c) Verwende eine potenzielle Regression (Power), um den Zusammenhang zwischen den Größen zu bestimmen.

d) Die Zentripetalkraft, die für die Kreisbahn der Planeten verantwortlich ist, ist die Anziehungskraft der Sonne. Erläutere den Zusammenhang zwischen der Anziehungskraft und der Entfernung von der Sonne.

Mein **V**ater **E**rklärt **M**ir **J**eden **S**onntag **U**nsere **N**achbarplaneten.

Definition 15.1. *Als **Feld** bezeichnet man den Bereich, in dem eine Kraft wirkt.*

Die bekanntesten Felder sind das elektrische Feld, das Magnetfeld und das Gravitationsfeld. Das elektrische Feld wird durch Ladungen, das Magnetfeld durch Magnete und das Gravitationsfeld durch Masse erzeugt.

Definition 15.2. *Als **Probemasse** bezeichnet man eine Masse im Gravitationsfeld einer anderen Masse, die aber so klein gegenüber der felderzeugenden Masse ist, dass sie das Gravitationsfeld effektiv nicht beeinflusst.*

Im Feld einer konzentrierten Masse M gilt:

- Die Gravitationsbeschleunigung g ist proportional zur Masse M.
- Die Gravitationsbeschleunigung g ist antiproportional zum Quadrat der Entfernung r.

Es gilt die Formel:

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \qquad \text{Gravitationskonstante } G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$$

Die Gravitationsbeschleunigung auf der Oberfläche eines Körpers bezeichnet man als Fallbeschleunigung.

Für die Gravitationskraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2 mit dem Abstand r gilt dann:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

A 15.2. Bestimme mit den Ergebnissen der vorherigen Aufgabe die Masse der Sonne.

A 15.3. Ergänze folgende Tabelle:

	Masse m [kg]	Radius R [km]	Fallbeschleunigung g [m/s^2]
Venus	$4{,}869 \times 10^{24}$	6 052	
Erde		6 370	9,81
Mars	$6{,}419 \times 10^{23}$		3,69

A 15.4. Berechne die Kraft zwischen Erde und Mond.

[1] Ceres ist ein Zergplanet und der größte Asteroid im Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter.

16 Gezeitenkräfte

Der schnellste Mond im Sonnensystem ist Naiad ($m = 1{,}9 \times 10^{17}\,\mathrm{kg}$), der Neptun ($M = 1{,}024 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}$, $r = 24\,760\,\mathrm{km}$) auf einer sehr engen Bahn mit dem Radius $R = 48\,230\,\mathrm{km}$ umkreist. Naiad ist quaderförmig ($90\,\mathrm{km} \times 60\,\mathrm{km} \times 52\,\mathrm{km}$). Für die weiteren Betrachtungen nehmen wir für Naiad eine Kugel mit dem Radius $r = 38\,\mathrm{km}$ an. Durch die Einflüsse des Neptun verliert Naiad langsam an Höhe.

Bei einem Mond handelt es sich um einen ausgedehnten Körper. Auf welchen Punkt beziehen sich nun die Entfernungsangaben, die z.B. für die Berechnung der Kreisbewegung oder der Gravitationsbeschleunigung nötig sind. Hier hilft uns die Natur weiter, denn ausgedehnte Objekte können oft als eine punktförmige Masse beschrieben werden.

Gesetz 16.1. *Eine ausgedehnte Masse kann vereinfacht als eine Masse beschrieben werden, die sich in einem Punkt konzentriert. Diesen Punkt bezeichnet man als **Schwerpunkt** eines Körpers.*

Gesetz 16.2. *Der Schwerpunkt einer Kugel befindet sich im Mittelpunkt.*

A 16.1. Bestimme die Gravitationsbeschleunigung, die Neptun im Abstand der Naiadbahn ausübt.

A 16.2. Berechne die Bahngeschwindigkeit und Umlaufzeit von Naiad.

A 16.3. Bestimme die Gravitationsbeschleunigung durch Naiad auf der Oberfläche von Naiad.

Die Zentripetal- und die Zentrifugalbeschleunigung sind nur im Schwerpunkt von Naiad ausgeglichen. Betrachten wir doch mal den Punkt auf der Naiad-Oberfläche, der von Neptun abgewandt ist. Dieser Punkt bewegt sich mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit wie der Kern. Allerdings ist sein Bahnradius und damit nach $v = \omega \cdot r$ auch seine Bahngeschwindigkeit größer. Der Punkt auf der Naiad-Oberfläche, der dem Neptun zugewandt ist, hat ebenfalls die gleiche Winkelgeschwindigkeit als der Kern, aber einen kleineren Bahnradius und damit auch eine kleinere Bahngeschwindigkeit. So muss sich die Oberfläche, die von Neptun abgewandt ist, schneller bewegen als der Kern oder die dem Neptun zugewandete Seite. Daher wirken dort auch andere Fliehkräfte. Diese Differenz der Fliehkräfte bezeichnet man als **Gezeitenkräfte**.

A 16.4. Bestimme die Differenz der wirkenden Zentripetalbeschleunigung im Kern von Naiad und an der von Neptun abgewandten Oberfläche.

A 16.5. Beschreibe die Situation, wenn der Radius der Naiadbahn sich auf $30\,000\,\mathrm{km}$ reduziert hat.

Definition 16.1. *Den Bahnradius eines festen Satelliten, in dem die Gezeitenkräfte die Gravitationskraft des Satelliten übersteigen, bezeichnet man als **Roche-Grenze**.*

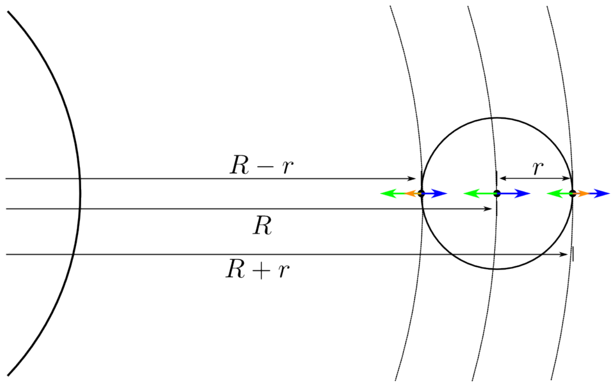


Abbildung 16.1: Die unterschiedlichen Fliehkräfte auf dem Naiad.

Für flüssige Satelliten, da sie sich verformen können, ist die Roche-Grenze doppelt so groß.

Der größte Mond des Neptun ($m = 1{,}024 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}$) ist Triton ($m = 2{,}147 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$, $r = 1\,353\,\mathrm{km}$), der den Planeten auf einer fast kreisförmigen Bahn mit dem Radius $R = 354\,800\,\mathrm{km}$ umkreist. Im Gegensatz zu den meisten Monden im Sonnensystem bewegt er sich entgegengesetzt zur Rotation seines Planeten. Dies deutet darauf hin, dass er ein von Neptun aus dem Kuipergürtel eingefangener Zwergplanet ist. Durch die gegenläufige Rotation nimmt der Radius der Tritonbahn immer mehr ab und er nähert sich langsam dem Planeten auf einer Spiralbahn.

A 16.6. Bestimme die Roche-Grenze für Triton.

17 Kreisbewegung: Ebbe und Flut

Einer der am deutlich sichtbarsten Einflüsse des Mondes sind die Gezeiten. Ebbe und Flut bestimmen an vielen Küsten Leben und Seefahrt. Innerhalb von 12 Stunden und 15 Minuten steigt und sinkt das Wasser periodisch. Der Flutberg auf offener See hat nur eine Höhe von etwa 30 cm. Die geographischen Gegebenheiten können aber zu einem wesentlichen größeren Hub führen. An der Nordseeküste liegt der Tidenhub zwischen 2 und 3 Metern, in den Mündungen von Elbe und Weser kann er über 4 m groß werden. Den größte Tidenhub mit über 15 m findet man in der Bay of Fundy in Kanada. Aber wie entstehen Ebbe und Flut?

Erst einmal ein paar Fakten über Erde und Mond. Der Mond hat eine Masse von $7{,}35 \times 10^{22}$ kg bei einem Radius von 1738 km. Die Erde hat eine Masse von $5{,}98 \times 10^{24}$ kg bei einem Radius von 6370 km, und ist damit 81 mal schwerer als der Mond. Der mittlere Abstand zwischen den Mittelpunkten von Erde und Mond beträgt rund 384 000 km. Der Mond benötigt 27,3 Tage um die Erde einmal zu umrunden.

A 17.1. Bestimme die Gravitationsbeschleunigung des Mondes auf der Erdoberfläche jeweils auf der Mond zugewandten und auf der Mond abgewandten Seite und vergleiche den Wert mit der Erdbeschleunigung.

Der Mond verringert also die Erdbeschleunigung auf der zugewandten Seite ein wenig. Dies reicht aus, dass der Wasserstand steigt. Dies würde aber nur den dem Mond zugewandten Flutberg erklären. Da Ebbe und Flut einen Rhytmus von 12 Stunden und nicht von 24 Stunden haben, muss ein zweiter dem Mond abgewandter Flutberg existieren. Wie kommt aber dieser Flutberg zustande?

Gesetz 17.1. *Der Schwerpunkt zweier Punktmasse m_1 und m_2 liegt auf der Strecke l zwischen den Punktmassen und teilt sie in die Teilstrecken l_1 und l_2. Die Lage des Schwerpunkts ergibt sich aus dem Hebelgesetz.*

$$m_1 \cdot l_1 = m_2 \cdot l_2 \qquad \textit{mit} \quad l = l_1 + l_2$$

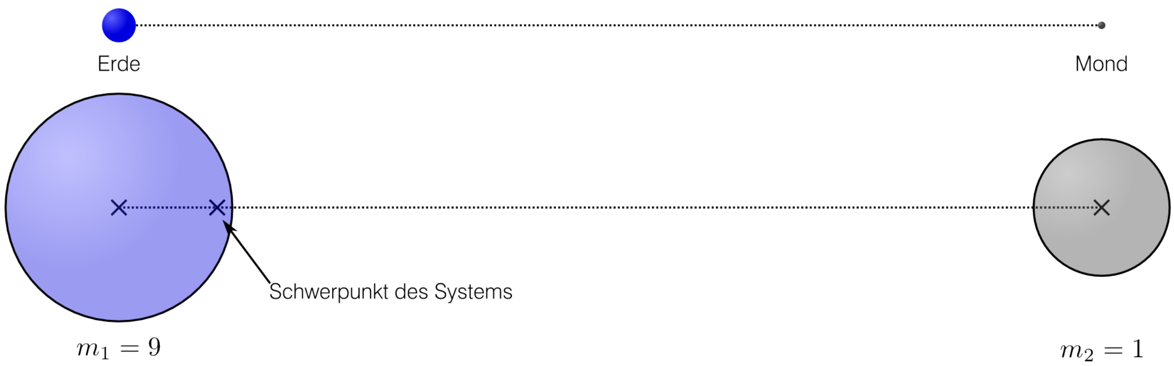


Abbildung 17.1: Das System Erde und Mond - maßstabsgetreu (oben) und prinzipiell (unten)

A 17.2. Bestimme die Lage des Schwerpunkts des Systems Erde-Mond.

Gesetz 17.2. *Die Drehachse eines frei rotierenden Körpers geht durch seinen Schwerpunkt.*

A 17.3. Bestimme die durch die Monddrehung erzeugte Zentripetalbeschleunigung auf der Mond zugewandten und abgewandten Seite. Vergleiche diese mit der Gravitationsbeschleunigung des Mondes an diesen Stellen.

A 17.4. Erläutere Springflut und Nippflut.

18 Impuls

Satz 1. Energieerhaltungssatz

In einem abgeschlossenen System ist bei reibungsfrei verlaufenden mechanischen Vorgängen die Summe der Potentiellen Energie, der Kinetischen Energie und der Spannenergie **konstant**.

$$W_{\mathrm{p}} + W_{\mathrm{kin}} + W_{\mathrm{sp}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Ds^2 = \text{const.} \tag{18.1}$$

Der obige Energieerhaltungssatz ist ein elementarer Satz der Physik. Aber lassen sich damit alle mechanischen Vorgänge erklären?

Experiment 1. Der elastische Stoß

Material: Aluminiumbahn, 5 Stahlkugeln

Durchführung: Führe die folgenden kleinen Versuche durch und notiere, wenn angebracht, Deine Beobachtung und beschreibe die Vorgänge.

1. Stelle die Bahn so auf, dass sie möglichst waagerecht steht.
2. Lege eine Kugel in die Mitte der Bahn und zweite an ein Ende. Schieße nun die zweite Kugel auf die erste.
3. Lege die Kugeln an die Enden der Bahn. Schieße beide Kugeln aufeinander.
4. Lege zwei Kugel in die Mitte. Die Kugeln müssen sich berühren. Schieße von einem Ende der Bahn eine dritte Kugel auf die beiden Kugeln.
5. Wiederhole den obigen Versuch. Halte aber diesmal die Kugel, auf die die dritte Kugel zuerst trifft, mit dem Finger fest. (Beide Kugeln in der Mitte müssen sich berühren!)
6. Lege eine Kugel in die Mitte und zwei ans Ende der Bahn. Schieße nun die zwei Kugeln auf die Kugel in der Mitte.
7. Lege die zwei Kugeln auf ein Ende und die dritte Kugel auf das andere Ende der Bahn. Schieße alle Kugeln aufeinander.
8. Lege drei Kugeln in die Mitte und schieße eine vierte Kugel auf die drei Kugeln.
9. Lege zwei Kugeln in die Mitte und zwei Kugel an den Rand. Schieße die Kugeln am Rand auf die Kugeln in der Mitte.
10. Lege drei Kugeln in die Mitte und zwei an den Rand. Schieße die Kugeln am Rand auf die Kugeln in der Mitte.
11. Lege zwei Kugeln in die Mitte und drei an den Rand. Schieße die Kugeln am Rand auf die Kugeln in der Mitte.
12. Lege drei Kugeln auf die eine Seite und zwei auf die andere Seite der Bahn. Schieße die Kugeln aufeinander.
13. Denke Dir weitere Versuche in dieser Art aus. Notiere sie und Deine Beobachtungen.
14. Versuche die Vorgänge mit dem Energieerhaltungsatz zu beschreiben.

Abbildung 19.1: Links: Patrone .454 Casull. Rechts: Taurus Raging Bull Kaliber .44. Quelle: Wikimedia Commons; Lizenz: Public Domain

19 Stoß

19.1 Wasabi

In dem französisch-japanischen Film *Wasabi* von 2001 spielt Jean Reno den ruppigen Polizisten Hubert Fiorentini, der einen Hang zu großen Waffen hat. Nach dem Tod seiner Jugendliebe fährt er nach Japan und erfährt dort, dass er eine Tochter hat. Auf dem Konto seiner Tochter befindet sich mehrere Millionen Euro, die der Yakuza, der japanischen Mafia, gehören. In der Bank kommt es zum Showdown zwischen dem Yakuza-Chef und Fiorentini. Dabei erschießt Fiorentini den Yakuza-Chef, der durch den Treffer über den Banktresen fliegt.

Eindrucksvoll, aber wie realistisch ist diese Szene? In der Bankszene benutzt Fiorentini einen *Taurus Raging Bull*. Diesen Revolver gibt es in verschiedenen Kalibern. Das aktuell erhältliche Modell mit dem größten Kaliber ($m = 1{,}5\,\mathrm{kg}$) benutzt Patronen des Typs .454 Casull, die 1957 als stärkere Version der klassischen .45 Colt-Patrone entwickelt wurden. Diese Patrone gibt es unter anderem mit einem 16 g schweren Geschoss und einer typischen Mündungsgeschwindigkeit von $540\,\mathrm{m/s}$ und auch mit einem 26 g schweren Geschoss und einer typischem Mündungsgeschwindigkeit von $430\,\mathrm{m/s}$.

1. Bestimme Energie und Impuls für beide Patronenarten. Benutze für alle weiteren Aufgaben die Patronenart mit dem größten Impuls.
2. Bestimmen die Geschwindigkeit, die der Revolver nach dem Schuss hätte, wenn er nicht fest von der Hand gehalten werden würde.
3. Wir gehen davon aus, dass die Kugel im Körper des Yakuza-Chefs stecken bleibt. Erläutere, um welche Stoßart es sich hier handelt.
4. Bestimme die Geschwindigkeit, die der Yakuza-Chef nach dem Treffer hat.
5. Der Yakuza-Chef ist ca. 1,6 m groß. Dann liegt sein Schwerpunkt auf einer Höhe von 0,8 m. Bestimme die Fallzeit und damit die Entfernung, die der Schwerpunkt zurücklegt, bis der Körper auf dem Boden aufschlägt.
6. Beurteile auf Basis Deiner Ergebnisse die Glaubwürdigkeit der Filmszene.

Abbildung 19.2: Filmausschnitt aus "Wasabi - Ein Bulle in Japan"

20 Lösungen

8 Kinetische Energie

A 8.6

Beim GTI-Treffen am 30. Mai 2011 am Wörthersee stellte Audi den A1 Clubsport Quattro vor. Der Wagen hat eine Motorleistung von 370 kW (503 PS). Bei einem Leergewicht von 1390 kg beschleunigt der Wagen in 3,7 s von 0 km/h auf 100 km/h.

a) Berechne die durchschnittliche Beschleunigung!

$$v = 100\,\mathrm{km/h} = 27{,}8\,\mathrm{m/s}\,;\; t = 3{,}7\,\mathrm{s}\,;\; a = \frac{v}{t} = \frac{27{,}8\,\mathrm{m/s}}{3{,}7\,\mathrm{s}} \approx 7{,}5\,\mathrm{m/s^2}$$

b) Bestimme die kinetische Energie des Wagens bei 100 km/h.

$$v = 27{,}8\,\mathrm{m/s}\,;\; m = 1390\,\mathrm{kg}\,;\; E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 1390\,\mathrm{kg} \times (27{,}8\,\mathrm{m/s})^2 \approx 537\,000\,\frac{\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}} = 537\,\mathrm{kJ}$$

c) Berechne die Beschleunigungsleistung.

$$E = 537\,\mathrm{kJ}\,;\; t = 3{,}7\,\mathrm{s}\,;\; P = \frac{E}{t} = \frac{537\,\mathrm{kJ}}{3{,}7\,\mathrm{s}} \approx 145\,\mathrm{kW}$$

d) Vergleiche die Beschleunigungsleistung mit der Motorleistung. Bestimme den Wirkungsgrad.

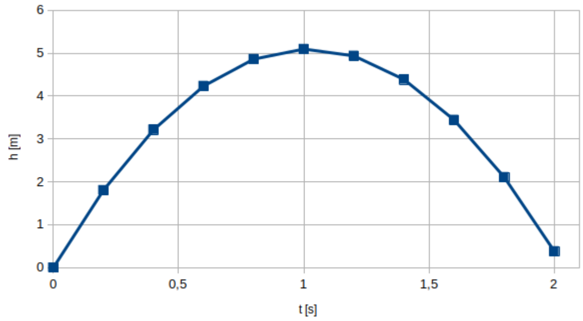
$$P_{\mathrm{ab}} = 145\,\mathrm{kW}\,;\; P_{\mathrm{zu}} = 370\,\mathrm{kW}\,;\; \eta = \frac{P_{\mathrm{ab}}}{P_{\mathrm{zu}}} = \frac{145\,\mathrm{kW}}{370\,\mathrm{kW}} \approx 39\%$$

e) Erläutere den Begriff Leergewicht.
Nach der europäischen Richtlinie 2007/46 (Anhang I Nummer 2.6.) wird die Leermasse, als die Masse des Fahrzeugs in fahrbereitem Zustand einschließlich Flüssigkeiten, Werkzeug, Ersatzrad und Fahrer definiert. Die Masse des Fahrers wird mit 75 kg festgelegt und der Tank ist zu 90% gefüllt.

9 Senkrechter Wurf

A 9.1

a) Stelle die Daten aus Tabelle 9.1 in einem $h(t)$-Diagramm dar.



b) Bestätige, dass der funktionale Zusammenhang aus der Formel 9.1 mit den Daten übereinstimmt.
Beispielsweise über eine Regression mit dem GTR:
Casio fx-9860GII:
STAT → List1: t[s]; List2: h[m]; → GRPH → SET: GPH1: XList=1; YList=2 → GPH1 → CALC → x^2
$y = ax^2 + bx + c$: $a \approx -4{,}9$; $b \approx 10$; $c \approx -0{,}00167 \approx 0$
$r^2 \approx 0{,}99 \approx 1$ Großer Korrelationskoeffizent
DRAW : Die Punkte passen gut zur Kurve.
Die Daten bestätigen den funktionalen Zusammenhang.

c) Bestimme aus den Daten die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und den Ortsfaktor g.
Vergleicht man die Funktion $h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ mit $y = ax^2 + bx + c$, dann ist $a = \frac{1}{2}g$ und $b = v_0$. Mit dem Ergebnis aus der vorherigen Teilaufgaben folgt:
$v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ und $g = 2 \cdot 4{,}9\,\mathrm{m/s^2} = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$

d) Bestimme die maximale Höhe und den Zeitpunkt, wann diese erreicht wurde.
Zeitpunkt der maximalen Höhe ist erreicht, wenn die Geschwindigkeit 0 ist.

$$v_0 - gt = 0 \Rightarrow v_0 = gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{10\,\mathrm{m/s}}{9{,}8\,\mathrm{m/s^2}} \approx 1{,}02\,\mathrm{s}$$

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 10\,\mathrm{m/s} \cdot 1{,}02\,\mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \cdot (1{,}02\,\mathrm{s})^2 \approx 5{,}1\,\mathrm{m}$$

Die Kartoffel erreicht nach 1,02 s eine maximale Höhe von 5,1 m.

A 9.2

Ansatz: Die kinetische Energie am Trampolin wird im Scheitelpunkt komplett in potentielle Energie umgewandelt.
$v_0 =?$; $h = 10\,\mathrm{m} - 2{,}5\,\mathrm{m} = 7{,}5\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 7{,}5\,\mathrm{m}} \approx 12{,}13\,\mathrm{m/s}$$

A 9.3

a) Berechne die Anfangsgeschwindigkeit v_0.
$v_0 =?$; $s = 30\,\mathrm{cm} = 0{,}3\,\mathrm{m}$; $m = 200\,\mathrm{g} = 0{,}2\,\mathrm{kg}$; $D = 1\,\mathrm{N/cm} = 100\,\mathrm{N/m}$

$$v_0 = \sqrt{\frac{D\,s^2}{m}} = \sqrt{\frac{100\,\mathrm{N/m} \cdot (0{,}3\,\mathrm{m})^2}{0{,}2\,\mathrm{kg}}} = 6{,}71\,\mathrm{m/s}$$

b) Leite die Formel 9.2 über einen Energievergleich her.
Ansatz: Die Spannenergie wandelt sich vollständig in kinetische Energie um.

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{span}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Ds^2 \Rightarrow mv^2 = Ds^2 \Rightarrow v^2 = \frac{Ds^2}{m} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Ds^2}{m}}$$

c) Bestimme die maximale Höhe und die Flugzeit der Kugel.
Zeitpunkt der maximalen Höhe ist erreicht, wenn die Geschwindigkeit 0 ist.

$$v_0 - gt = 0 \Rightarrow v_0 = gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{6{,}71\,\mathrm{m/s}}{9{,}81\,\mathrm{m/s^2}} \approx 0{,}684\,\mathrm{s}$$

Die Flugzeit ist das Doppelte von der Zeit bis zum Scheitelpunkt.
$t_F = 2t = 2 \cdot 0{,}684\,\mathrm{s} = 1{,}368\,\mathrm{s}$

$$h = v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 6{,}71\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}684\,\mathrm{s} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s^2} \cdot (0{,}684\,\mathrm{s})^2 \approx 2{,}29\,\mathrm{m}$$

Die erreicht eine maximale Höhe von 2,29 m und fliegt 1,368 s lang.

13 Kreisbewegung

A 13.1 $r = 6{,}5\,\mathrm{m}$ $N = 330$ $t = 60\,\mathrm{s}$

a) Frequenz

$$f = \frac{330}{60\,\mathrm{s}} = 5{,}5\,\mathrm{Hz}$$

Umlaufzeit

$$T = \frac{60\,\mathrm{s}}{330} \approx 0{,}1818\,\mathrm{s}$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \frac{330}{60\,\mathrm{s}} \approx 34{,}56\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) Geschwindigkeit

$$v = r \cdot \omega = 6{,}5\,\mathrm{m} \cdot 34{,}56\,\mathrm{s}^{-1} = 224{,}64\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Beschleunigung

$$a = \omega^2 \cdot r = \left(34{,}56\,\mathrm{s}^{-1}\right)^2 \cdot 6{,}5\,\mathrm{m} \approx 7764\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \approx 776\,\mathrm{g}$$

A 13.2 $r = 0{,}46\,\mathrm{m}$ $v = 350\,\mathrm{km/h} = 97{,}2\,\mathrm{m/s}$

a) Frequenz

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{97{,}2\,\mathrm{m/s}}{2\pi \cdot 0{,}46\,\mathrm{m}} \approx 33{,}63\,\mathrm{Hz}$$

Umlaufzeit

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 0{,}46\,\mathrm{m}}{97{,}2\,\mathrm{m/s}} \approx 29{,}7\,\mathrm{ms}$$

b) Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{97{,}2\,\mathrm{m/s}}{0{,}46\,\mathrm{m}} \approx 211\,\mathrm{s}^{-1}$$

c) Annahme: Das Stück ist am Rand abgeplatzt
$r = 0{,}46\,\mathrm{m}$ $\omega = 211\,\mathrm{s}^{-1}$ $m = 0{,}05\,\mathrm{kg}$
Zentripedalkraft, die die Achse liefern müssen:

$$F_z = m \cdot \omega^2 \cdot r = 0{,}05\,\mathrm{kg} \cdot \left(211\,\mathrm{s}^{-1}\right)^2 \cdot 0{,}46\,\mathrm{m} \approx 1024\,\mathrm{N}$$

A 13.3 $T = 86164\,\mathrm{s}$ $r = 6\,370\,000\,\mathrm{m}$

a) Frequenz

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{86164\,\mathrm{s}} \approx 1{,}16 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Hz}$$

Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Hz} \approx 7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$$

b) Kreisradius für Stade

$$r_s = 6\,370\,000\,\mathrm{m} \cdot \cos 56{,}6^\circ \approx 3\,507\,000\,\mathrm{m}$$

Geschwindigkeit

$$v_A = 6\,370\,000\,\mathrm{m} \cdot 7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1} \approx 464\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$v_A = 3\,507\,000\,\mathrm{m} \cdot 7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1} \approx 256\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zentralbeschleunigung

$$a_A = 6\,370\,000\,\mathrm{m} \cdot \left(7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}\right)^2 \approx 0{,}034\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a_A = 3\,507\,000\,\mathrm{m} \cdot \left(7{,}29 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}\right)^2 \approx 0{,}019\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

c) Die Zentrifugalbeschleunigung wirkt entgegengesetzt zur Erdbeschleunigung. Der Effekt beträgt aber nur 3,47 Promille der Erdbeschleunigung.

d) $a_z = 9{,}81\,\mathrm{m/s}^2$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{a_z}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 6\,370\,000\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\mathrm{m/s}^2}} \approx 5063\,\mathrm{s} \approx 1{,}4\,\mathrm{h}$$

A 13.4 $h = 200\,\mathrm{km} = 2 \times 10^5\,\mathrm{m}$; $U = 40\,076{,}6\,\mathrm{km} = 4{,}00766 \times 10^7\,\mathrm{m}$; $g = 9{,}22\,\mathrm{m/s}^2$

a) Erdradius r

$$U = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{U}{2\pi} = \frac{4{,}00766 \times 10^7\,\mathrm{m}}{2\pi} \approx 6378\,\mathrm{km}$$

Bahnradius R

$$R = r + h = 6378\,\mathrm{km} + 200\,\mathrm{km} = 6578\,\mathrm{km}$$

b) Winkelgeschwindigkeit ω
Mit $g = a_z$ und $a_z = \omega^2 \cdot R$ folgt

$$g = \omega^2 \cdot R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} = \sqrt{\frac{9{,}22\,\mathrm{m/s}^2}{6{,}578 \times 10^6\,\mathrm{m}}} \approx 1{,}18 \times 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Umlaufzeit T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1{,}18 \times 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{s}}} \approx 5\,325\,\mathrm{s} \approx 88{,}8\,\mathrm{min} \approx 1{,}48\,\mathrm{h}$$

c) Die Erde dreht sich von Westen nach Osten und damit genau entgegengesetzt zur Satellitendrehung. Die Winkelgeschwindigkeit der Erde addiert sich also zu Winkelgeschwindigkeit des Satelliten dazu.
Winkelgeschwindigkeit Erde ω_E

$$\omega_\mathrm{E} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86164\,\mathrm{s}} \approx 7{,}29 \times 10^{-5}\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Die Winkelgeschwindigkeit Satellit zur Erde ω_SE ergibt sich aus den Winkelgeschwindigkeiten der beiden vorherigen Aufgaben.

$$\omega_\mathrm{SE} = \omega_\mathrm{E} + \omega \approx 1{,}25 \times 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Umlaufzeit T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1{,}25 \times 10^{-3}\,\frac{1}{\mathrm{s}}} \approx 5\,03\,\mathrm{s} \approx 83{,}8\,\mathrm{min} \approx 1{,}40\,\mathrm{h}$$

Von der Erde aus gesehen dreht sich der Satellit in 83,8 Minuten einmal um die Erde.

d) Raketen werden meistens in östlicher Richtung gestartet, da die Kreisbewegung der Erde sich zur Kreisbewegung des Satelliten hinzuaddiert. Beim Start in westlicher Richtung müsste die Rakete erst die Kreisbewegung zum Stillstand bringen und dann den Satelliten auf seine Winkelgeschwindigkeit beschleunigen.

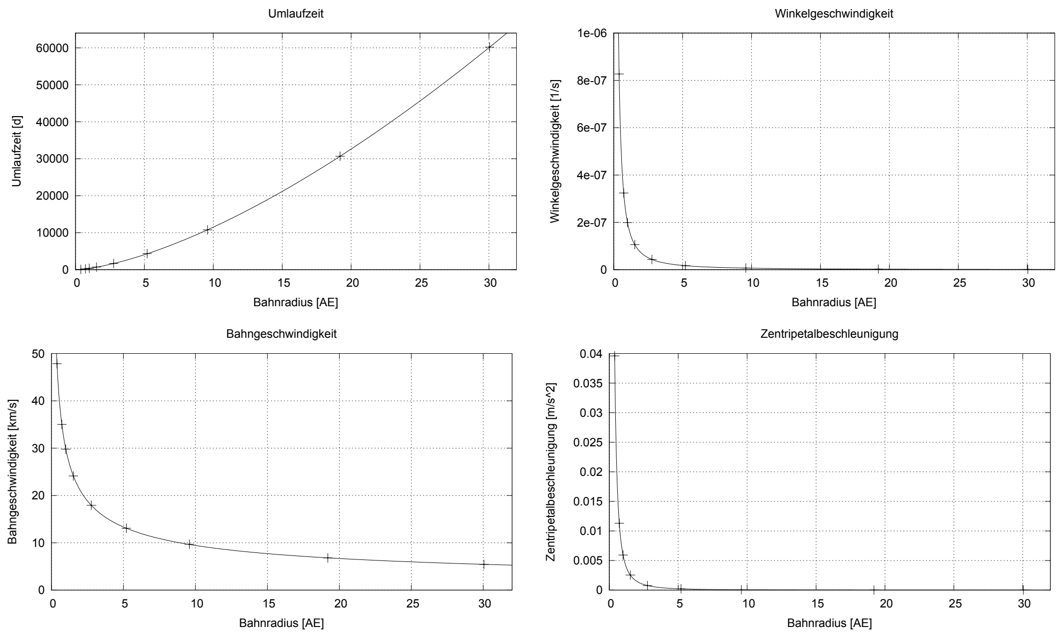
15 Planeten und ihre Bahnen

A 15.1

a)

Name	r [AE]	T [d]	r [Mio. km]	ω [1/s]	v [km/s]	a_z [m/s^2]
Merkur	0,387	87,97	57,9	$8{,}27 \times 10^{-07}$	47,86	$3{,}96 \times 10^{-02}$
Venus	0,723	224,7	108,2	$3{,}24 \times 10^{-07}$	35,01	$1{,}13 \times 10^{-02}$
Erde	1,000	365,25	149,6	$1{,}99 \times 10^{-07}$	29,79	$5{,}93 \times 10^{-03}$
Mars	1,524	686,98	228,0	$1{,}06 \times 10^{-07}$	24,13	$2{,}55 \times 10^{-03}$
Ceres	2,767	1680,15	413,9	$4{,}33 \times 10^{-08}$	17,92	$7{,}75 \times 10^{-04}$
Jupiter	5,203	4331,87	778,4	$1{,}68 \times 10^{-08}$	13,07	$2{,}19 \times 10^{-04}$
Saturn	9,582	10759,17	1433,5	$6{,}76 \times 10^{-09}$	9,69	$6{,}55 \times 10^{-05}$
Uranus	19,201	30685,02	2872,5	$2{,}37 \times 10^{-09}$	6,81	$1{,}61 \times 10^{-05}$
Neptun	30,047	60189,55	4495,0	$1{,}21 \times 10^{-09}$	5,43	$6{,}56 \times 10^{-06}$

b)



c) GTR → STAT → GRPH → SET
T: GPH1 → XList: List 1 / YList: List 2 → Exit → GPH1 → CALC → F6 → Pwr ⇒ $T \sim r^{1,5}$
ω: GPH1 → XList: List 1 / YList: List 4 → Exit → GPH1 → CALC → F6 → Pwr ⇒ $\omega \sim r^{-1,5}$
v: GPH1 → XList: List 1 / YList: List 5 → Exit → GPH1 → CALC → F6 → Pwr ⇒ $v \sim r^{-0,5}$
a_z: GPH1 → XList: List 1 / YList: List 6 → Exit → GPH1 → CALC → F6 → Pwr ⇒ $a_z \sim r^{-2}$

d) Die Anziehungskraft (Gravitationskraft) der Sonne nimmt mit dem Quadrat der Entfernung ab.

A 15.2 Merkur: $r = 5{,}79 \times 10^{10}$ m; $a_z = 3{,}96 \times 10^{-2}$ m/s^2; $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

$$a = G\frac{M}{r^2} \quad\Longrightarrow\quad M = \frac{a \cdot r^2}{G} = \frac{3{,}96 \times 10^{-2}\ \mathrm{m/s}^2 \times \left(5{,}79 \times 10^{10}\ \mathrm{m}\right)^2}{6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}} \approx 1{,}989 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}$$

A 15.3

	Masse m [kg]	Radius R [km]	Fallbeschleunigung g [m/s^2]
Venus	$4{,}869 \times 10^{24}$	6 052	**5,26**
Erde	$5{,}965 \times 10^{24}$	6 370	9,81
Mars	$6{,}419 \times 10^{23}$	**3 407**	3,69

A 15.4 Mondmasse $m = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg; Erdmasse $M = 5{,}974 \times 10^{24}$ kg; Bahnradius $r = 3{,}84 \times 10^8$ m; $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2} = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}\ \frac{5{,}974 \times 10^{24}\ \mathrm{kg} \times 7{,}35 \times 10^{22}\ \mathrm{kg}}{\left(3{,}84 \times 10^8\ \mathrm{m}\right)^2} = 1{,}99 \times 10^{20}\ \mathrm{N}$$

16 Gezeitenkräfte

A 16.1 Neptunmasse $m = 1{,}024 \times 10^{26}$ kg; Bahnradius $r = 4{,}823 \times 10^7$ m; $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

$$a = G\frac{M}{r^2} = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \times \frac{1{,}024 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}}{(4{,}823 \times 10^7\,\mathrm{m})^2} \approx 2{,}938\,\mathrm{m/s}^2$$

A 16.2 Zentripetalbeschleunigung $a_z = 2{,}938\,\mathrm{m/s}^2$; Bahnradius $r = 4{,}823 \times 10^7$ m;

$$a_z = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{r \cdot a_z} = \sqrt{4{,}823 \times 10^7\,\mathrm{m} \times 2{,}938\,\mathrm{m/s}^2} \approx 11\,900\,\mathrm{m/s} \approx 11{,}9\,\mathrm{km/s}$$

$$a_z = r \cdot \omega^2 = r \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{(2\pi)^2\, r}{a_z}} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{a_z}} = 2\pi\sqrt{\frac{4{,}823 \times 10^7\,\mathrm{m}}{2{,}938\,\mathrm{m/s}^2}} \approx 25\,460\,\mathrm{s} \approx 7{,}07\,\mathrm{h}$$

A 16.3 Naiadmasse $M = 1{,}9 \times 10^{17}$ kg; Naiadradius $r = 3{,}8 \times 10^4$ m; $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

$$g = G\frac{M}{r^2} = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}\,\frac{1{,}9 \times 10^{17}\,\mathrm{kg}}{(3{,}8 \times 10^4\,\mathrm{m})^2} = 8{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{m/s}^2$$

A 16.4 Umlaufzeit $T = 25\,460$ s; Bahnradius $r_\mathrm{B} = 4{,}823 \times 10^7$ m; Naiadradius $r_\mathrm{N} = 3{,}8 \times 10^4$ m

$$\Delta a_z = a_N - a_B = (r_\mathrm{N} + r_\mathrm{B}) \cdot \omega^2 - r_\mathrm{B} \cdot \omega^2 = r_\mathrm{N} \cdot \omega^2 = r_\mathrm{N} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 3{,}8 \times 10^4\,\mathrm{m} \cdot \left(\frac{2\pi}{25\,460\,\mathrm{s}}\right)^2 \approx 2{,}31 \times 10^{-3}\,\mathrm{m/s}^2$$

A 16.5 Neptunmasse $m = 1{,}024 \times 10^{26}$ kg; Bahnradius $r_\mathrm{B} = 3 \times 10^7$ m; Naiadradius $r_\mathrm{N} = 3{,}8 \times 10^4$ m $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

$$a_z = G\frac{M}{r_\mathrm{B}^2} = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \times \frac{1{,}024 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}}{(3 \times 10^7\,\mathrm{m})^2} \approx 7{,}592\,\mathrm{m/s}^2$$

$$a_z = r_\mathrm{B} \cdot \omega^2 = r_\mathrm{B} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{(2\pi)^2\, r_\mathrm{B}}{a_z}} = 2\pi\sqrt{\frac{r_\mathrm{B}}{a_z}} = 2\pi\sqrt{\frac{3 \times 10^7\,\mathrm{m}}{7{,}592\,\mathrm{m/s}^2}} \approx 12\,490\,\mathrm{s} \approx 3{,}47\,\mathrm{h}$$

$$\Delta a_z = a_N - a_B = (r_\mathrm{N} + r_\mathrm{B}) \cdot \omega^2 - r_\mathrm{B} \cdot \omega^2 = r_\mathrm{N} \cdot \omega^2 = r_\mathrm{N} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 3{,}8 \times 10^4\,\mathrm{m} \cdot \left(\frac{2\pi}{12\,490\,\mathrm{s}}\right)^2 \approx 9{,}62 \times 10^{-3}\,\mathrm{m/s}^2$$

Die Differenz der Zentripetalbeschleunigungen ist größer als die Fallbeschleunigung auf Naiad. Naiad wird von den Gezeitenkräften auseinandergerissen.

A 16.6 Roche-Grenze $R = ?$ Neptunmasse $M = 1{,}024 \times 10^{26}$ kg; Tritonmasse $m = 2{,}147 \times 10^{22}$ kg; Tritonradius $r = 1{,}353 \times 10^6$ m;

$$\text{Roche-Grenze: } g = \Delta a_z \qquad \Delta a_z = r \cdot \omega^2 \qquad g = G \cdot \frac{m}{r^2} \qquad a_z = R \cdot \omega^2 \qquad a_z = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

$$G \cdot \frac{m}{r^2} = r \cdot \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = G \cdot \frac{m}{r^3} \qquad G \cdot \frac{M}{R^2} = R \cdot \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = G \cdot \frac{M}{R^3}$$

$$G \cdot \frac{M}{R^3} = G \cdot \frac{m}{r^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{R^3} = \frac{m}{r^3} \quad \Rightarrow \quad \frac{R^3}{M} = \frac{r^3}{m} \quad \Rightarrow \quad R^3 = r^3 \cdot \frac{M}{m}$$

$$R = r \cdot \sqrt[3]{\frac{M}{m}} = 1{,}353 \times 10^6\,\mathrm{m} \times \sqrt[3]{\frac{1{,}024 \times 10^{26}\,\mathrm{kg}}{2{,}147 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}}} \approx 22\,780\,\mathrm{km}$$

Die Roche-Grenze liegt innerhalb des Neptuns.

17 Ebbe und Flut

A 17.1 Bahnradius $r_B = 3{,}84\times10^8$ m; Erdradius $r_E = 6{,}37\times10^6$ m; Mondmasse $m_M = 7{,}35\times10^{22}$ kg; $G = 6{,}673\times10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2}$

Entfernung $r_1 = r_B - r_E \approx 3{,}78 \times 10^8$ m und $r_2 = r_B + r_E \approx 3{,}90 \times 10^8$ m

$$g_1 = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot \frac{7{,}35 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}}{(3{,}78 \times 10^8\,\mathrm{m})^2} = 3{,}43 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$
$$g_2 = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\,s}^2} \cdot \frac{7{,}35 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}}{(3{,}90 \times 10^8\,\mathrm{m})^2} = 3{,}22 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A 17.2 Entfernung $l = 3{,}84 \times 10^8$ m; Mondmasse $m_M = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg; Erdmasse $m_E = 6{,}05 \times 10^{24}$ kg

$$m_M \cdot l_M = m_E \cdot l_E \qquad l = l_E + l_M \Rightarrow l_M = l - l_E$$

$$m_M \cdot (l - l_E) = m_E \cdot l_E \quad \Rightarrow \quad m_M \cdot l = m_E \cdot l_E + m_M \cdot l_E \quad \Rightarrow \quad m_M \cdot l = (m_E + m_M) \cdot l_E \quad \Rightarrow \quad l_E = \frac{m_M}{m_E + m_M} \cdot l$$

$$l_E = \frac{7{,}35 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}}{6{,}05 \times 10^{24}\,\mathrm{kg} + 7{,}35 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}} \cdot 3{,}84 \times 10^8\,\mathrm{m} \approx 4760\,\mathrm{km}$$

Der Schwerpunkt liegt etwa 4760 km vom Erdmittelpunkt entfernt.

A 17.3 Umlaufzeit $T = 27{,}3\,\mathrm{d} \approx 2{,}36 \times 10^6$ s;

Vom Mond abgewandte Seite:

$$r = 4760\,\mathrm{km} + 6370\,\mathrm{km} = 11\,130\,\mathrm{km} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}36 \times 10^6\,\mathrm{s}} = 2{,}66 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$$
$$a_z = r\omega^2 = 1{,}113 \times 10^7\,\mathrm{m} \cdot \left(2{,}66 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}\right)^2 = 7{,}88 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Gravitationsbeschleunigung und Zentrifugalbeschleunigung zusammen.

$$a = a_z - a_M = 7{,}88 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 3{,}22 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 4{,}66 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Dem Mond zugewandte Seite:

$$r = 6370\,\mathrm{km} - 4760\,\mathrm{km} = 1610\,\mathrm{km} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}36 \times 10^6\,\mathrm{s}} = 2{,}66 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$$
$$a_z = r\omega^2 = 1{,}61 \times 10^6\,\mathrm{m} \cdot \left(2{,}66 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}\right)^2 = 1{,}14 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Gravitationsbeschleunigung und Zentrifugalbeschleunigung zusammen.

$$a = a_z + a_M = 1{,}14 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 3{,}43 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 4{,}57 \times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A 17.4 Auch die Sonne beeinflusst mit ihrer starken Gravitationskraft die Flutberge auf der Erde. Wenn Mond und Sonne von der Erde aus gesehen in gleicher Richtung stehen, addieren sich ihre Kräfte und die Flutberge werden höher. Dies nennt man Springflut. Bei der Nippflut hingegen steht die Erde zwischen Mond und Sonne. Die Gravitationskräfte der beiden Himmelskörper heben sich teilweise auf und es kommt zu einem kleineren Flutberg.

19.1 Wasabi

1. Bestimmen Sie Energie und Impuls für beide Patronenarten. Benutzen Sie für alle weiteren Aufgaben die Patronenart mit dem größten Impuls.

   a) ges.: $p =?$ und $E =?$; geg.: $m = 16\,\mathrm{g}$ und $v = 540\,\mathrm{m/s}$

   $$p = m \cdot v\ ;\ [p] = 1\,\mathrm{g} \times 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1\,\frac{\mathrm{g\,m}}{\mathrm{s}} = 0{,}001\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}\ ;\ \{p\} = 16 \times 540 = 8640\ ;\ p = 8{,}64\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$$

   $$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2\ ;\ [E] = 1\,\mathrm{g} \times \left(1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0{,}001\,\mathrm{J}\ ;\ \{E\} = 0{,}5 \times 16 \times 540^2 = 2{,}33 \times 10^6\ ;\ E = 2{,}33 \times 10^3\,\mathrm{J} = 2{,}33\,\mathrm{kJ}$$

   b) ges.: $p =?$; geg.: $m = 26\,\mathrm{g}$ und $v = 430\,\mathrm{m/s}$

   $$p = m \cdot v\ ;\ [p] = 1\,\mathrm{g} \times 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1\,\frac{\mathrm{g\,m}}{\mathrm{s}} = 0{,}001\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}\ ;\ \{p\} = 26 \times 430 = 11\,180\ ;\ p = 11{,}18\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$$

   $$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2\ ;\ [E] = 1\,\mathrm{g} \times \left(1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0{,}001\,\mathrm{J}\ ;\ \{E\} = 0{,}5 \times 26 \times 430^2 = 2{,}40 \times 10^6\ ;\ E = 2{,}40 \times 10^3\,\mathrm{J} = 2{,}40\,\mathrm{kJ}$$

2. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, die der Revolver nach dem Schuss hätte, wenn er nicht fest von der Hand gehalten werden würde.
   ges.: $v =?$; geg.: $m = 1{,}5\,\mathrm{kg}$ und $p = 11{,}18\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$

   $$p = m \cdot v \Longrightarrow v = \frac{p}{m}\ ;\ [v] = \frac{1\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{kg}} = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ \{v\} = \frac{11{,}18}{1{,}5} \approx 7{,}45\ ;\ v = 7{,}45\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

3. Wir gehen davon aus, dass die Kugel im Körper des Yakuza-Chefs stecken bleibt. Erläutern Sie, um welche Stoßart es sich hier handelt.
   Da beide Körper sich nach dem Stoß zusammen weiterbewegen, handelt es sich um eine unelastischen Stoß.

4. Für den Yakuza-Chef nehmen wir eine Masse von 70 kg an. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit, die der Yakuza-Chef nach dem Treffer hat.
   ges.: $v =?$; geg.: $m = 70\,\mathrm{kg}$ und $p = 11{,}18\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$

   $$p = m \cdot v \Longrightarrow v = \frac{p}{m}\ ;\ [v] = \frac{1\,\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{kg}} = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ \{v\} = \frac{11{,}18}{70} \approx 0{,}16\ ;\ v = 0{,}16\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

5. Der Yakuza-Chef ist ca. 1,6 m groß. Dann liegt sein Schwerpunkt auf einer Höhe von 0,8 m. Bestimmen Sie die Fallzeit und damit die Entfernung, die der Schwerpunkt zurücklegt, bis der Körper auf dem Boden aufschlägt.
   ges.: $t =?$; geg.: $h = 0{,}8\,\mathrm{m}$ und $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

   $$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}\ ;\ [t] = \sqrt{\frac{1\,\mathrm{m}}{1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 1\,\mathrm{s}\ ;\ \{t\} = \sqrt{\frac{2 \times 0{,}8}{9{,}81}} \approx 0{,}40\ ;\ t = 0{,}40\,\mathrm{s}$$

   ges.: $s =?$; geg.: $v = 0{,}16\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und $t = 0{,}40\,\mathrm{s}$

   $$s = v \cdot t\ ;\ [s] = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{m}\ ;\ \{s\} = 0{,}16 \cdot 0{,}40 \approx 0{,}064\ ;\ v = 0{,}064\,\mathrm{m}$$

6. Beurteilen Sie auf Basis Ihrer Ergebnisse die Glaubwürdigkeit der Filmszene.
   Würde dem Yakuza-Chef durch den Schuss die Beine unter dem Körper weggerissen, so würde sein Flug ca. 0,4 Sekunden dauern. In dieser Zeit würde er sich aber nur 6,4 cm weit nach hinten bewegen. Die Szene ist also völlig unglaubwürdig.