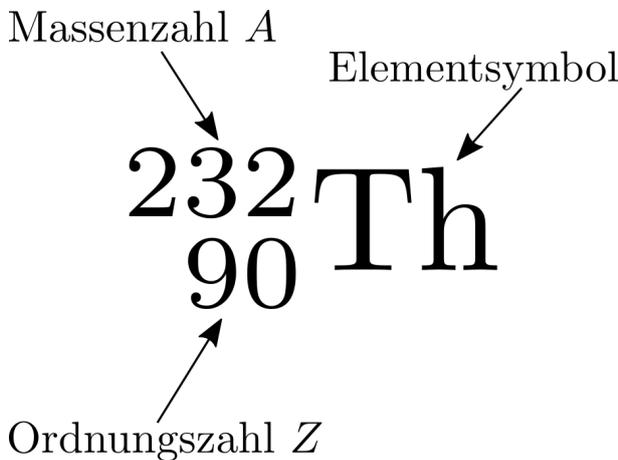


1 Nuklide

Der Kern eines Atoms wird auch als **Nuklid** bezeichnet. Die Bestandteile eines Nuklids sind die **Nukleonen**. Das sind die positiv geladenen **Protonen** und die neutralen **Neutronen**.

Alle Nuklide mit der gleichen Anzahl von Protonen, der so genannten **Ordnungszahl Z** , gehören zum gleichen chemischen Element. Diese Nuklide werden als **Isotope** des Elements bezeichnet.

Die Isotope eines Elements haben zwar die gleiche Protonenzahl, können sich aber in der Anzahl der Neutronen (Neutronenzahl N) unterscheiden. Man hat sich jedoch darauf geeinigt, nicht von der Neutronenzahl zu sprechen, sondern die Anzahl der Nukleonen (Massenzahl A) zu verwenden. Dabei gilt $A = Z + N$. Um ein Nuklid genau zu bezeichnen, schreibt man vor das Elementsymbol hochgestellt die Massenzahl A und tiefgestellt die Ordnungszahl Z .



Da die Ordnungszahl Z durch das Elementsymbol festgelegt ist, kann sie auch weggelassen werden. Statt ${}^{14}_6\text{C}$ kann auch nur ${}^{14}\text{C}$ geschrieben werden. Im Fließtext ist auch die Schreibweise C-14 üblich, die als "C vierzehn" oder auch "Kohlenstoff vierzehn" ausgesprochen wird.

In Anlehnung an die Isotope werden Nuklide mit gleicher Neutronenzahl als **Isotone** und Nuklide mit gleicher Massenzahl als **Isobare** bezeichnet.

1.1 Nuklidkarte

Eine bessere Übersicht über die verschiedenen Nuklide bietet die Nuklidkarte. Im Prinzip ist die Nuklidkarte eine Tabelle. Nuklide gleicher Ordnungszahl Z befinden sich in einer Zeile. Nuklide mit gleicher Neutronenzahl N sind in der gleichen Spalte. Die Nuklide mit gleicher Massenzahl A befinden sich dann diagonal in der Nuklidkarte.

Z								
7						${}^{12}_7\text{C}$	${}^{13}_7\text{C}$	
6				${}^9_6\text{C}$	${}^{10}_6\text{C}$	${}^{11}_6\text{C}$	${}^{12}_6\text{C}$	
5				${}^8_5\text{B}$		${}^{10}_5\text{B}$	${}^{11}_5\text{B}$	
4				${}^7_4\text{Be}$		${}^9_4\text{Be}$	${}^{10}_4\text{Be}$	
3				${}^6_3\text{Li}$	${}^7_3\text{Li}$	${}^8_3\text{Li}$	${}^9_3\text{Li}$	
2		${}^3_2\text{He}$	${}^4_2\text{He}$		${}^6_2\text{He}$		${}^8_2\text{He}$	
1	${}^1_1\text{H}$	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$					
0		${}^1_0\text{n}$						
	0	1	2	3	4	5	6	N

A 1.1. Benutze die Nuklidkarte aus Deinem Tafelwerk um folgende Aufgaben zu lösen.

- Zeichne die Isotope, Isotone und Isobare von Ne-22 in die Nuklidkarte ein.
- Zeichne die Isotope, Isotone und Isobare von O-18 in die Nuklidkarte ein.
- Zeichne die Isotope, Isotone und Isobare von Si-28 in die Nuklidkarte ein.
- Ergänze die Nuklidkarte mit allen stabilen Nukliden.

1.2 Zerfallsarten

A 1.2. Vor 20 Jahren wurde ein Behälter mit reinem Kohlenstoff-14 befüllt. Als man eine Probe des Materials heute untersuchte, stellte man neben dem Kohlenstoff-14 auch Stickstoff-14 fest. Nimm an, dass die Probe nicht kontaminiert wurde.

- Trage C-14 und N-14 in die Nuklidkarte ein.
- Beschreibe den Unterschied zwischen C-14 und N-14.
- Stelle eine Theorie auf, wie sich C-14 in N-14 ohne äußere Einflüsse umwandeln kann.
- In Proben von Wasserstoff-3 findet man nach längerer Zeit auch Helium-3-Isotope. Trage beide Isotope in die Nuklidkarte ein. Passt Deine Theorie auch auf diese beiden Isotope.
- Kalium-40 findet man in der Natur in Kombination mit Calcium-40. Trage die Isotope wieder in die Nuklidkarte ein und überprüfe Deine Theorie.
- Bei allen drei Proben registrieren Teilchendetektoren energiereiche freie Elektronen. Überprüfe, ob Deine Theorie mit dieser Beobachtung übereinstimmt.

Diese Form des radioaktiven Zerfalls nennt man **Beta-Minus-Zerfall**. Dabei zerfällt ein _____ in ein _____ und ein _____.

A 1.3. Vor 10 Jahren wurde ein Behälter mit reinem Natrium befüllt. Neben dem stabilen Isotop Natrium-23 befand sich in der Probe auch das radioaktive Natrium-22. Als man eine Probe des Materials heute untersuchte, stellte man kaum noch Natrium-22 in der Probe fest, dafür aber Neon-22. Nimm an, dass die Probe nicht kontaminiert wurde.

- Trage Na-22, Na-23 und Ne-22 in die Nuklidkarte ein.
- Beschreibe den Unterschied zwischen Na-22 und Ne-22.
- Stelle eine Theorie auf, wie sich Na-22 in Ne-22 ohne äußere Einflüsse umwandeln kann.
- Es wurde versucht per Kernreaktion Sauerstoff-14 herzustellen. Nach ein paar Minuten war aber nichts mehr vom Sauerstoff-14 zu finden, dafür gab es jetzt Stickstoff-14-Isotope in der Probe. Trage beide Isotope in die Nuklidkarte ein. Passt Deine Theorie auch auf diese beiden Isotope.
- Beryllium-7 findet man in der Natur in Kombination mit Lithium-7. Trage die Isotope wieder in die

Nuklidkarte ein und überprüfe Deine Theorie.

- Bei allen drei Proben registrieren Teilchendetektoren energiereiche freie Positronen. Überprüfe, ob Deine Theorie mit dieser Beobachtung übereinstimmt.

Diese Form des radioaktiven Zerfalls nennt man **Beta-Plus-Zerfall**. Dabei zerfällt ein _____ in ein _____ und ein _____.

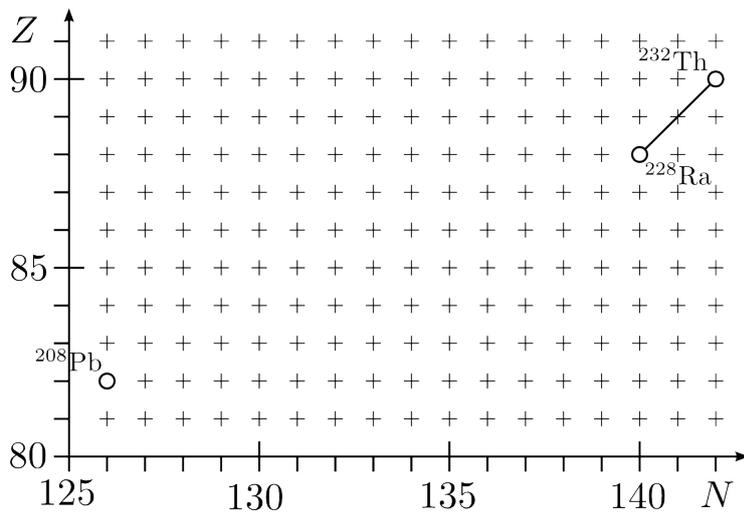
A 1.4. Uran besteht aus den langlebigen Isotopen U-234, U-235 und U-238. In Uranerz können auch die folgenden Isotope des Thoriums Th-230, Th-231 und Th-234 festgestellt werden.

- Trage die genannten Isotope in die zweite Nuklidkarte ein.
- Begründe, welche Uran und Thoriumisotope zusammgehören.
- Beschreibe den Unterschied jeweils zwischen den Uran- und Thorium-Isotopen.
- Stelle eine Theorie auf, wie sich die genannten Uran-Isotope ohne äußere Einflüsse in Thorium umwandeln können.
- Bei allen drei Vorgängen registrieren Teilchendetektoren energiereiche freie Heliumkerne. Überprüfe, ob Deine Theorie mit dieser Beobachtung übereinstimmt.

Bei dieser Form des radioaktiven Zerfalls handelt es sich um den **Alpha-Zerfall**. Dabei stößt der Kern einen _____ ab, der aus zwei _____ und zwei _____ besteht.

A 1.5. Das radioaktive Blei-Isotop Pb-205 zerfällt zu dem stabilen Thallium-Isotop Tl-205.

- Trage die genannten Nuklide in die zweite Nuklidkarte ein.
- Nenne die Strahlung, die Du bei dem Zerfall erwarten würdest.
- Als man eine Probe Pb-205 untersucht hat, konnte man nur Gamma- und Röntgen-Strahlung nachweisen. Stelle eine Hypothese auf, wie sich Pb-205 in Tl-205 unter diesen Bedingungen umwandeln kann.



Zerfallsregeln
 α 2 links, 2 unten
 β^+ 1 rechts, 1 unten
 β^- 1 links, 1 oben

Abbildung 1.1: Zerfallsreihendiagramm für die Thorium-Reihe

2 Zerfallsreihe

Zerfällt ein Radionuklid, dann entsteht ein neues Nuklid, das sogenannte **Tochternuklid**. Ist dieses ebenfalls instabil, so zerfällt es in ein **Enkelnuklid**. Wenn dieses auch instabil ist, dann zerfällt es in ein **Urenkelnuklid** u.s.w. Diese **Zerfallsreihe** endet, wenn das letzte Nuklid zu einem stabilen Nuklid zerfällt.

Aus einem vorhanden instabilen Nuklid bildet sich ein Gemisch von mehreren Nukliden, wobei stabilere Nuklide häufiger und instabilere Nuklide seltener vorkommen.

Als **primordiale Nuklide** bezeichnet man radioaktive Nuklide, die schon bei der Entstehung der Erde vorhanden waren und aufgrund ihrer langen Halbwertszeit immer noch auf der Erde zu finden sind. Daher gibt es drei natürliche Zerfallsreihen auf der Erde.

- Die **Uran-Radium-Reihe** startet mit dem Nuklid Uran-238 und endet bei Blei-206.
- Die **Uran-Actinium-Reihe** startet mit dem Nuklid Uran-235 und endet bei Blei-207.
- Die **Thorium-Reihe** startet mit Thorium-232 und endet bei Blei-208.

Bei einem Alpha-Zerfall besitzt das Tochternuklid zwei Protonen und zwei Neutronen weniger als das Ursprungsnuklid. Die Massenzahl nimmt also um vier ab.

Beim Beta-Plus-Zerfall und Beta-Minus-Zerfall bleibt dagegen die Massenzahl konstant. Bei Beta-Plus-Zerfall nimmt die Kernladungszahl um eins ab und beim Beta-Minus-Zerfall um eins zu.

A 2.1. In Abbildung 1.1 ist der Anfang und das Ende für das Zerfallsreihendiagramm der Thorium-Reihe dargestellt. Ergänzen Sie die fehlenden Nuklide der Zerfallsreihe im Diagramm.

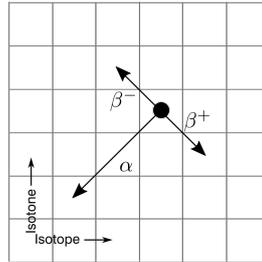
A 2.2. Zeichnen Sie das Zerfallsreihendiagramm für die Uran-Radium-Reihe und die Uran-Actinium-Reihe.

A 2.3. Vergleichen Sie die Massenzahlen der Nuklide in den einzelnen Reihen und beschreiben Sie, welche Gemeinsamkeit diese Zahlen besitzen und wie sie sich von den Massenzahlen der anderen Reihen unterscheiden.

Tip: Die Zahlen 2, 4, 6, 12, 16 lassen sich z.B. alle durch zwei teilen. 9, 16, 36, 49 sind z.B. alle Quadratzahlen. 11, 51, 91, 121 z.B. haben durch 10 geteilt immer den Rest 1.

A 2.4. Wenn man sich das Muster für die Massenzahlen der drei bekannten primordialen Reihen anschaut, dann fehlt eine Reihe. Dies ist die sogenannte Plutonium-Neptunium-Reihe. Sie startet bei Plutonium-241 oder bei Neptunium-237. Da aber alle Nuklide dieser Reihe im Vergleich zum Erdalter kleine Halbwertszeiten besitzen, ist diese Reihe ausgestorben. Zeichnen Sie das Zerfallsreihendiagramm für die Plutonium-Neptunium-Reihe und bestimmen Sie damit das Endnuklid.

A 2.5. Die Anfangsnuklide der Reihen sind aus anderen schwereren Nuklide hervorgegangen, die aber aufgrund Ihrer geringen Halbwertszeit nicht mehr natürlich vorkommen. Ordnen Sie die folgenden Nuklide der passenden Reihe zu: ^{244}Pu , ^{246}Cm , ^{244}Am , ^{243}Pu , ^{242}Am , ^{240}U , ^{239}Pu , ^{238}Np .



A 2.6. Ergänze sinnvoll die Lücken im Text.

- a) Bei einem β^- -Zerfall verringert sich die _____ um 1. Dagegen erhöht sich um 1 die _____. Die _____ bleibt gleich.
- b) Bei einem β^+ -Zerfall _____ sich die Ordnungszahl um ____, während sich die Neutronenzahl um _____. Die Massenzahl _____.
- c) Nach einem α -Zerfall hat sich die Ordnungszahl um ____, die Neutronenzahl um _____ und die Massenzahl um _____.
- d) Den vereinfachten Auszug aus der Nuklidkarte findet man in der Formelsammlung auf den Seiten _____. Das Periodensystem steht auf Seite _____.
- e) Die Abkürzung Pu steht für das Element _____.
- f) Die Abkürzungen Ra und Rn stehen für die Elemente _____ und _____.
- g) Polonium hat die Abkürzung _____ und Bismut hat die Abkürzung _____.
- h) ^{232}Th ist ein Isotop des Elements _____, wobei _____ Protonen und _____ Neutronen im Kern sind.
- i) Das Nuklid ^{238}Pa zerfällt durch einen _____-Zerfall zu _____.
- j) Das Nuklid ^{232}Np ist ein _____-Strahler. Das Tochternuklid ist _____.
- k) Durch einen _____-Zerfall zerfällt ^{14}C in das Nuklid _____.
- l) ^{212}Po ist ein Nuklid, dass sich durch einen _____-Zerfall in das Nuklid _____ umwandelt.
- m) Das Nuklid ^{230}Th entsteht durch einen β^+ -Zerfall aus _____, durch einen β^- -Zerfall aus _____ und durch einen α -Zerfall aus _____.
- n) ^{238}Pu ist ein _____-Strahler mit einer Halbwertszeit von _____. Das dadurch entstehende Tochternuklid ist _____.
- o) Das schwerste stabile Nuklid ist ^{209}Bi . Es kann aus den Nukliden _____ und _____ entstehen. In seltenen Fällen auch aus dem Nuklid _____.
- p) Die Zerfallsreihe von ^{226}Ra endet beim stabilen Nuklid _____.
- q) Die Zerfallsreihe von ^{220}Rn endet beim stabilen Nuklid _____.

3 Massendefekt

Atome besitzen eine sehr kleine Masse. Um diese besser beschreiben zu können, wurde die atomare Masseneinheit u eingeführt. Sie basiert auf der Masse des Kohlenstoff-12-Atoms (^{12}C) und ist definiert als $\frac{1}{12}$ dieser Masse. Ein ^{12}C -Atom wiegt daher genau 12 u. Es gilt: $1 \text{ u} = 1,660540 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Grob gesagt ist für die Masse eines Atoms der Atomkern mit seinen Protonen und Neutronen entscheidend. Als Näherung nehmen wir für die Masse eines Protons, sowie eines Neutrons 1 u an.

Genauere Messungen der Atombausteine Proton, Neutron und Elektron in freier Form ergaben:

$$m_{\text{Proton}} = 1,007276 \text{ u}$$

$$m_{\text{Neutron}} = 1,008665 \text{ u}$$

$$m_{\text{Elektron}} = 0,000548580 \text{ u}$$

A 3.1. Untersuchung am ^{12}C -Atom.

- Gebe die Atombausteine eines ^{12}C -Atoms an.
- Gebe die Masse eines ^{12}C -Atoms in atomaren Masseneinheiten an.
- Berechne die Masse des ^{12}C -Atoms aus den Massen der freien Atombausteine.
- Vergleiche beide Massen und bestimme die Differenz. Beurteile das Ergebnis.

	Anzahl	Masse
Protonen		
Neutronen		
Elektronen		
Masse Bausteine		
Masse Atom		
Differenz		

A 3.2. Für ein He-4-Atom wurde die Masse ($m_{\text{He-4-Atom}} = 4,002603 \text{ u}$) sehr gut experimentell bestimmt.

- Gebe die Atombausteine eines ^4He -Atoms an.
- Berechne die Summe der Massen der einzelnen Atombausteine eines ^4He -Atoms.
- Berechne die Differenz Δm zwischen Atommasse und der Masse der einzelnen Atombausteine. Bestimme um wieviel Prozent die Masse der einzelnen Bausteine von der Masse des Atoms abweicht.

A 3.3. Auch die Masse eines Helium-4-Kerns kann genau bestimmt werden. Seine Masse beträgt $m_{\text{He-4-Kern}} = 4,001506 \text{ u}$. Berechne die Abweichung Δm der Massen der Kernbausteine von der Gesamtmasse des Kerns wie in der vorherigen Aufgabe.

A 3.4. Ergänze die folgenden Sätze:

Die Masse eines Atoms ist _____ als die Summe der Massen seiner Atombausteine.

Die Masse eines Atomkerns ist _____ als die Summe der Massen seiner Bausteine.

Dieses Phänomen wird als **Massendefekt** Δm bezeichnet.

A 3.5. Nach einer Theorie von Albert Einstein sind Masse m und Energie E proportionale Größen. Der Proportionalitätsfaktor ist dabei das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ($c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

$$E = m \cdot c^2 \qquad [E] = 1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

- Ergänze:
Wird einem System Energie zugeführt, dann _____ sich seine Masse.
Wird einem System Energie entzogen, dann _____ sich seine Masse.
- Berechne nach der Formel von Einstein die Energie, die in einem Gramm Materie steckt.

A 3.6. Ein Atomkern ist leichter als seine Bausteine. Über den Massendefekt Δm kann mit Hilfe der Formel von Einstein die Bindungsenergie der Kernbausteine bestimmt werden. Es gilt: $E = \Delta m \cdot c^2$
Bestimme die Bindungsenergie eines He-4-Atoms. Rechne dazu erst den Massendefekt von atomaren Masseneinheiten in kg um.

A 3.7. Berechne die Energie, die benötigt wird um 1 kg Heliumatome vollständig in die atomaren Bausteine zu zerlegen. Gebe das Ergebnis in Joule und kWh an. (1 Ws = 1 J; 1 kWh = 3,6 MJ) Nutze dazu die Ergebnisse der Aufgabe 3.2.

A 3.8. Bestimme die freiwerdende Energie, wenn man aus den atomaren Bausteinen 1 kg He-Kerne produziert.

A 3.9. Um ein Gramm Wasser um ein Grad Celsius zu erwärmen wird eine Energie von 4,2 J benötigt. Berechne die Massenzunahme, wenn 1 kg Wasser von 20°C auf 100°C erwärmt wird.

A 3.10. Die Sonne strahlt mit einer Leistung von $3,6 \cdot 10^{26} \text{ W}$.

- Berechne den Massenverlust pro Sekunde durch diese Strahlung.
- Diskutiere, woher vermutlich die große Energie kommt.

4 Wiederholung Grundlagen

1. Kreuze die richtigen Antworten an.
 - a) Das Nuklid Kohlenstoff-14 zerfällt ...
gar nicht. zu Stickstoff-14. zu Bor-14. zu Beryllium-10.
 - b) Wenn ein Atomkern so groß wäre, wie ein Streichholzkopf, dann wäre das Atom so groß wie ...
ein Tennisball. ein Fußball. ein Auto. der Eiffelturm.
 - c) Das Antiteilchen des Elektrons heißt ...
Antitron. Proton. Positron. Poseidon. Alektron.
 - d) Isotope sind Kerne ...
 gleicher Massenzahl. gleicher Protonenzahl. gleicher Neutronenzahl. gleicher Zerfallsart.
 - e) Zu den Nukliden ^{215}Ac , ^{213}Fr , ^{210}Po , ^{208}Pb passt ...
 ^{215}Ra ^{206}Hg ^{217}Ac keins.
 - f) Albert Einstein entdeckte das Gesetz ...
 $F = m \cdot g$ $E = F \cdot s$ $E = m \cdot c^2$ $F = \frac{1}{2} D \cdot s^2$
 - g) Als Rosinenbrötchenmodell bezeichnet man das Atommodell von ...
 Eukrit. Dalton. Thomson. Rutherford.
 - h) Protonen und Neutronen sind ...
 Nukleonen. Antiteilchen. Isotone. Nuklide.
 - i) Atome gleicher Massenzahl nennt man ...
 Isotone. Isobare. Isophone. Isotrope.
 - j) Ein Atom hat einen Durchmesser in der Größenordnung von ...
 10^{-5} m. 10^{-10} m. 10^{-15} m. 10^{-20} m.
 - k) Das Mutternuklid von Radium-228 ist ...
 Actinium-228. Francium-226. Thorium-232. Actinium-230.
 - l) Alpha-Strahlung besteht aus ...
 Neutronium-Kernen. Deuterium-Kernen. Tritium-Kernen. Helium-Kernen.
2. Nenne die Isotone des Kohlenstoff-14.
3. Erläutere den α -Zerfall.
4. Erläutere den β^- -Zerfall.
5. Erläutere den β^+ -Zerfall.
6. Erläutere den K-Einfang (Electron-Capture).
7. In einer reinen Probe des Sauerstoff-Isotops ^{13}O können bereits nach wenigen Sekunden die Nuklide ^{13}N und ^{13}C nachgewiesen werden. Beschreibe den Vorgang so genau wie möglich.
8. Bestimme das stabile Endnuklid der Zerfallsreihe von Thorium-232.
9. Das stabile Isotop ^6Li besitzt eine Kernmasse von $9,98835 \cdot 10^{-27}$ kg. Freie Protonen besitzen eine Masse $m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$ kg und freie Neutronen eine Masse $m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27}$ kg.
 - a) Gebe den Aufbau des Kerns von ^6Li an.
 - b) Bestimme die Differenz zwischen der Kernmasse und der Masse der einzelnen Nukleonen (Massendefekt).
 - c) Gebe Einsteins Gesetz zum Zusammenhang zwischen Energie und Masse an.
 - d) Berechne die zum Massendefekt gehörende Energie nach Einstein.

5 Zerfallsgesetz

5.1 Versuch

Silber-108 ist ein Betastrahler, der in das stabile Isotop Cadmium-108 zerfällt.



Für eine Probe von Silber-108 wurden folgende Aktivitätswerte gemessen.

Zeit in min	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Aktivität in Bq	832	631	478	362	274	208	158	119	91	69	52

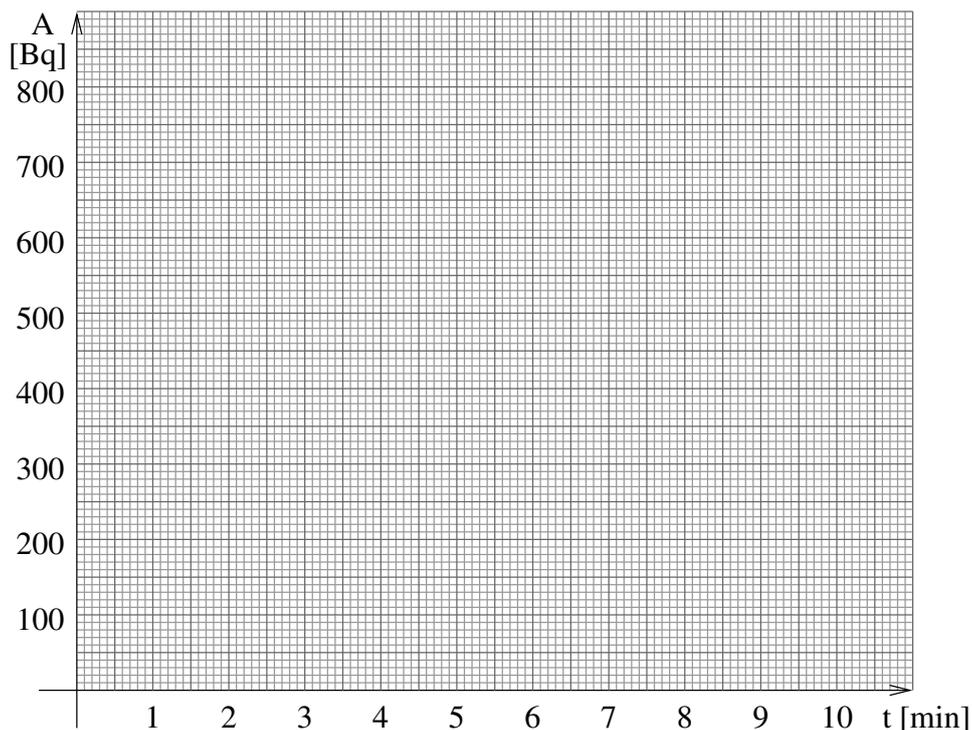
5.2 Auswertung

1. Stelle die Messwerte als Graphen dar.
2. Bestimme aus dem Graphen die Zeit, in der die Aktivität auf die Hälfte, auf ein Viertel, auf ein Achtel gefallen ist.

Aktivität in %	100	50	25	12,5
Aktivität in Bq	832			
Zeit in min	0			

Die Aktivität der Probe halbiert sich alle Minuten.

3. Bestimme die Zeit, wenn eine Aktivität von 26 Bq gemessen werden würde.
4. Bestimme den funktionalen Zusammenhang $A(t)$ zwischen Aktivität A und Zeit t .



5.3 Formeln

Die Anzahl der Atome selbst in einem Staubkorn ist riesengroß. Um diese Anzahlen angeben zu können, gibt es die Einheit Mol. Ein Mol sind $6,022 \times 10^{23}$. Ein C-12-Atome hat eine Masse von 12 u. Ein Mol C-12-Atome hat eine Masse von 12 g. Um die Anzahl von Atomen in einer Masse M zu bestimmen, benötigt man das Atomgewicht m . Es gilt:

$$N = 6,022 \times 10^{23} \frac{\text{u}}{\text{g}} \cdot \frac{M}{m} \quad (5.2)$$

Die Aktivität A radioaktiver Quelle nimmt exponentiell ab. Es gilt

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (5.3)$$

Dabei ist A_0 die Anfangsaktivität und λ die Zerfallskonstante. Die Einheit der Zerfallskonstante ist 1/s.

Die Aktivität A ist direkt proportional zur Anzahl der vorhandenen Kerne N . Es gilt also

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (5.4)$$

Oft wird auch nur angegeben, dass die Aktivität auf 20% gesunken sein oder nur noch 30% der ursprünglich vorhandenen Atome noch vorhanden sind. Der Zerfallsquotient $P(t)$ ist der Quotient aus momentaner Kernzahl und der Anfangskernzahl und, weil Aktivität und Kernanzahl proportional sind, aus der momentanen Aktivität und der Anfangsaktivität.

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{A(t)}{A_0} = e^{-\lambda t} \quad (5.5)$$

Anschaulicher als die Zerfallskonstante λ gibt die Halbwertszeit T_H die Zerfallsgeschwindigkeit an. Innerhalb der Halbwertszeit zerfällt die Hälfte der vorhandenen radioaktiven Kerne und auch die Aktivität nimmt um die Hälfte ab. Mit dem Zerfallsquotienten $P(T_H) = 0,5$ folgt aus (5.5):

$$\begin{aligned} P(T_H) &= \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_H} && | \ln() \\ \ln \frac{1}{2} &= -\lambda \cdot T_H \\ \ln 2 &= \lambda \cdot T_H && | \div \lambda \\ T_H &= \frac{\ln 2}{\lambda} \end{aligned}$$

Die durchschnittliche Aktivität ergibt sich aus dem Quotienten aus der Anzahl der Zerfälle und der dafür benötigten Zeit.

$$A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (5.6)$$

Das Minus in der Formel kommt daher zustande, weil die Anzahl der Kerne abnimmt – ΔN also negativ ist – die Aktivität aber immer positiv ist.

Läßt man den Zeitraum Δt unendlich klein werden, dann kann man auch schreiben:

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\dot{N} \quad (5.7)$$

Leitet man (5.4) nach der Zeit ab,

$$\dot{N}(t) = -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} = -\lambda N(t)$$

dann erhält man damit

$$A(t) = \lambda N(t) \quad (5.8)$$

Der Zerfall der Kerne erfolgt dabei rein zufällig. Die Wahrscheinlichkeit P , dass ein Kern in einem Zeitraum Δt zerfällt, beträgt:

$$p(\Delta t) = -\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{N_0 - N(\Delta t)}{N_0} = 1 - \frac{N(\Delta t)}{N_0} \quad (5.9)$$

Setzt man (5.4) ein, dann ergibt sich:

$$p(\Delta t) = 1 - \frac{N_0 \cdot e^{-\lambda \Delta t}}{N_0} = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \quad (5.10)$$

Beispiel: Die Wahrscheinlichkeit innerhalb einer Halbwertszeit zu zerfallen beträgt 50 Prozent.

$$\begin{aligned} p(T_H) &= 1 - e^{-\lambda T_H} = 1 - e^{-\lambda \frac{\ln 2}{\lambda}} \\ &= 1 - e^{-\ln 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Entwickelt man die Funktion nach Taylor, dann erhält man:

$$1 - e^{-\lambda \Delta t} = \lambda \Delta t - \frac{(\lambda \Delta t)^2}{2} + \frac{(\lambda \Delta t)^3}{6} - \dots \quad (5.11)$$

Wird die Wahrscheinlichkeit für einen Zeitraum Δt berechnet, der deutlich kleiner als die Halbwertszeit T_H ist, dann haben das zweite und die folgenden Glieder keinen nennenswerten Anteil am Gesamtergebnis. Damit vereinfacht sich Wahrscheinlichkeit $P(\Delta t)$ zu:

$$p(\Delta t) \approx \lambda \Delta t \quad \text{für } \Delta t < \frac{T_H}{10} \quad (5.12)$$

A 5.1. 1 g ^{226}Ra sendet in einer Sekunde $3,7 \times 10^{10}$ Alpha-Teilchen aus. Berechnen Sie daraus die Zerfallskonstante und die Halbwertszeit von ^{226}Ra . Atommasse $^{226}\text{Ra} \approx 226 \text{ u}$

A 5.2. Die Halbwertszeit von ^{238}U beträgt $4,5 \times 10^9$ Jahre. Wie viele Kerne zerfallen pro Sekunde in einem Kilogramm? Atommasse $^{238}\text{U} \approx 238 \text{ u}$

A 5.3. Nach wie viel Halbwertszeiten sind von einer radioaktiven Substanz mehr als 99% zerfallen, nach wie viel mehr als 99,9%?

A 5.4. Archäologen finden bei Ausgrabungen Holzkohlenreste. Diese Kohlestückchen lassen sie nach der C-14-Methode datieren. Bei der Altersbestimmung wird die Aktivität dieser alten Probe mit der Aktivität einer frischen Holzkohlenprobe (Referenzprobe) verglichen. Das Ergebnis: Die alte Probe weist eine Aktivität von 21,2 Zerfällen pro Minute auf. Die Referenzprobe weist eine Aktivität von 32,3 Zerfällen pro Minute auf. Berechnen Sie das Alter der gefundenen Holzkohlenprobe. (Halbwertszeit ^{14}C : 5730 a)

A 5.5. Bei Ausgrabungsarbeiten wurde ein altes Stück Holz einer bekannten Baumart gefunden. Der Kohlenstoffanteil beträgt 30 g. Die Messung ergab eine Restaktivität von $2,8 \times 10^2 \text{ min}^{-1}$. Die Halbwertszeit von ^{14}C ist 5730 a. Das Verhältnis ^{14}C zu ^{12}C bei lebendem Holz ist 1 zu 10^{12} .

- a) Berechnen Sie die Anzahl der noch im Holz befindlichen ^{14}C Atome.
- b) Vor wieviel Jahren starb der Baum ab?

A 5.6. Zur Untersuchung eines radioaktiven Präparates wurden die Impulsraten zu verschiedenen Zeiten ermittelt und daraufhin die Anzahl N der jeweils noch nicht zerfallenen Kerne berechnet. Es ergab sich folgende Messreihe:

$t[\text{h}]$	N
6	$3,04 \times 10^{21}$
12	$8,26 \times 10^{20}$
24	$7,64 \times 10^{19}$
36	$6,34 \times 10^{18}$
48	$1,00 \times 10^{18}$
96	$6,34 \times 10^{13}$
144	$1,25 \times 10^{10}$

- a) Stellen Sie den natürlichen Logarithmus von N als Funktion der Zeit graphisch dar und ermitteln Sie die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Anzahl von Kernen.
- b) Berechnen Sie die Halbwertszeit für den dargestellten Zerfallsvorgang.

A 5.7. Wir nehmen an vor 10 Milliarden Jahren hätten $10^{13} \text{ kg } ^{244}\text{Pu}$ existiert. In der Zwischenzeit wäre jedoch dieses Plutonium ständig zerfallen. ^{244}Pu

ist eines der langlebigsten künstlichen Elemente. Seine Halbwertszeit beträgt $8,3 \times 10^7$ Jahre. Welche Masse wäre von diesen ursprünglichen $10^{13} \text{ kg } ^{244}\text{Pu}$ heute noch vorhanden?

A 5.8. In der Nuklearmedizin verwendet man häufig das Nuklid ^{99}Tc ($T_{1/2} = 6 \text{ h}$). Wie viel Prozent der in einen menschlichen Körper gespritzten ^{99}Tc -Substanz ist in 24 Stunden zerfallen?

A 5.9. Beim Einschenken eines Bieres in ein Bierglas entsteht eine 50 mm hohe Blume. Nach einer Minute hat sich die Schaumhöhe auf 40 mm reduziert. Nach welcher Zeit erreicht die Blume die schlappe Höhe von 10 mm?

A 5.10. Im Regenwasser ist ständig ein bestimmter Anteil des radioaktiven Wasserstoffisotops Tritium (β^- -Strahler) enthalten. Das Isotop entsteht aus H-Kernen durch Reaktionen mit kosmischer Höhenstrahlung. Die Halbwertszeit von Tritium beträgt 12,26 Jahre. Bei einer in einem geschlossenen Gefäß aufbewahrten Regenwasserprobe ist der Gehalt an Tritium gegenüber dem von „frischem“ Regenwasser auf 97% abgesunken.

- a) Geben Sie die Zerfallsgleichung des Tritiumkerns an.
- b) Berechnen Sie die Zeit, die seit dem Einfüllen des Regenwassers in das Gefäß vergangen ist.

A 5.11. Kerne des Uran-235 können in Kernreaktoren durch langsame (thermische) Neutronen gespalten werden.

- a) Geben Sie die vollständige Gleichung der Spaltungsreaktion an, bei der als Spaltprodukte die Atome Barium-144 und Krypton-89 entstehen.
- b) Der Betrag der Bindungsenergie je Nukleon ist bei ^{235}U etwa 7,5 MeV, bei ^{144}Ba etwa 8,2 MeV und bei ^{89}Kr etwa 8,6 MeV. Berechnen Sie den Betrag der pro Spaltungsakt freiwerdenden Energie.

A 5.12. Technetium-99 wird häufig bei nuklearmedizinischen Untersuchungen benutzt.

- a) Beim Zerfall von Molybdän-99 entsteht ^{99}Tc . Der ^{99}Tc -Kern zerfällt unter Freisetzung eines β^- -Teilchens. Geben Sie für jeden der beiden Vorgänge die Reaktionsgleichung an.
- b) Nach 1 h sind 10,9% der Kerne einer ^{99}Tc -Probe zerfallen. Berechnen Sie die Halbwertszeit für ^{99}Tc .
- c) Berechnen Sie den prozentualen Anteil der noch vorhandenen ^{99}Tc -Kerne nach 2 h, 4 h, 6 h und 8 h. Stellen Sie diesen Sachverhalt grafisch dar.
- d) Berechnen Sie die Zeit, nach der 1% der ursprünglich vorhandenen Kerne noch nicht zerfallen ist.
- e) Für die Untersuchung der Schilddrüsenfunktion (Szintigramm) wird neben radioaktivem Jod-131 mit einer Halbwertszeit von 8 Tagen auch ^{99}Tc genutzt, das in der Schilddrüse das gleiche Verhalten zeigt. Begründen Sie den Vorteil von ^{99}Tc .

5.4 Lösungen

A 5.1 $6,022 \times 10^{23}$ Radiumatome besitzen eine Masse von 226 g. Für die Anzahl der Radiumatome in einem Gramm gilt:

$$N = \frac{6,022 \times 10^{23}}{226} = 2,664 \times 10^{21} \quad (5.13)$$

Für die Zerfallskonstante ergibt sich aus Aktivität und Anzahl:

$$\lambda = \frac{A}{N} = \frac{3,7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}}{2,664 \times 10^{21}} = 1,39 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1} \quad (5.14)$$

Damit ergibt sich eine Halbwertszeit von:

$$T_H = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{1,39 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}} = 4,99 \times 10^{10} \text{ s} \approx 1583 \text{ a} \quad (5.15)$$

A 5.2 Die Zerfallskonstante ergibt sich aus der Halbwertszeit:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} = \frac{\ln 2}{4,5 \times 10^9 \text{ a}} = \frac{\ln 2}{1,42 \times 10^{17} \text{ s}} = 4,88 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} \quad (5.16)$$

$6,022 \times 10^{23}$ Uranatome besitzen eine Masse von 238 g. Für die Anzahl der Uranatome in einem Kilogramm gilt:

$$N = 1000 \cdot \frac{6,022 \times 10^{23}}{238} = 2,530 \times 10^{24} \quad (5.17)$$

Für die Aktivität folgt damit:

$$A = \lambda \cdot N = 4,88 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1} \cdot 2,530 \times 10^{24} = 1,24 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \quad (5.18)$$

A 5.3 Nach dem Zerfallsgesetz gilt mit $P(t) = N(t)/N_0$:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \quad (5.19)$$

Die Zerfallskonstante ergibt sich aus der Halbwertszeit:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} \quad (5.20)$$

Damit folgt:

$$\begin{aligned} P(t) &= e^{-\frac{\ln 2}{T_H} t} \\ \ln P(t) &= -\frac{\ln 2}{T_H} t \\ t &= -\frac{\ln P(t)}{\ln 2} T_H \end{aligned} \quad (5.21)$$

Dann ergibt sich:

$$P(t) = 1\% \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,01}{\ln 2} \cdot T_H \approx 6,6 T_H \quad (5.22)$$

$$P(t) = 0,1\% \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,001}{\ln 2} \cdot T_H \approx 10 T_H \quad (5.23)$$

A 5.4 Aus dem Quotienten der Aktivität von neuer und alter Probe ergibt sich der Zerfallsgrad.

$$P = \frac{A}{A_R} = \frac{21,2 \text{ min}^{-1}}{32,3 \text{ min}^{-1}} = 0,656 = 65,6\% \quad (5.24)$$

Nach der in (5.21) hergeleiteten Gleichung folgt:

$$t = -\frac{\ln P}{\ln 2} \cdot T_H = -\frac{\ln 0,656}{\ln 2} \cdot 5730 \text{ a} \approx 3485 \text{ a} \quad (5.25)$$

A 5.5

a) Die Zerfallskonstante von ^{14}C beträgt:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} = \frac{\ln 2}{3,01 \times 10^9 \text{ min}} = 2,3 \times 10^{-10} \frac{1}{\text{min}} \quad (5.26)$$

Dann folgt aus der Aktivität die Anzahl der vorhandenen ^{14}C -Atome.

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{2,8 \times 10^2 \text{ min}^{-1}}{2,30 \times 10^{-10} \text{ min}^{-1}} = 1,22 \times 10^{12} \quad (5.27)$$

b) $6,022 \times 10^{23}$ Kohlenstoffatome besitzen eine Masse von 12 g. Für die Anzahl der Kohlenstoffatome in 30 g gilt:

$$N_C = 30 \cdot \frac{6,022 \times 10^{23}}{12} = 1,506 \times 10^{24} \quad (5.28)$$

Daraus ergibt sich dann die Anzahl der ^{14}C -Atome:

$$N_0 = \frac{1}{10^{12}} N_C = 1,506 \times 10^{12} \quad (5.29)$$

Der Zerfallsgrad ist dann:

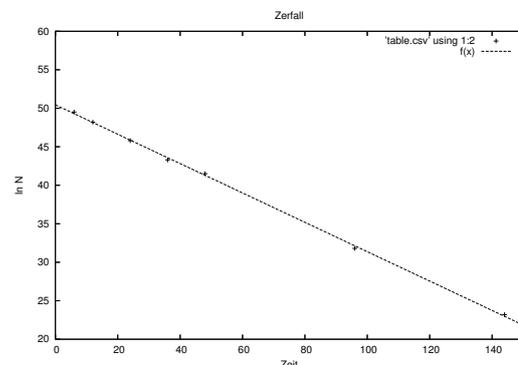
$$P = \frac{N}{N_0} = \frac{1,22 \times 10^{12}}{1,506 \times 10^{12}} = 0,81 = 81\% \quad (5.30)$$

Nach der in (5.21) hergeleiteten Gleichung folgt:

$$t = -\frac{\ln P}{\ln 2} \cdot T_H = -\frac{\ln 0,81}{\ln 2} \cdot 5730 \text{ a} \approx 1740 \text{ a} \quad (5.31)$$

A 5.6

t[h]	N	ln N
6	$3,04 \times 10^{21}$	49,5
12	$8,26 \times 10^{20}$	48,2
24	$7,64 \times 10^{19}$	45,8
36	$6,34 \times 10^{18}$	43,3
48	$1,00 \times 10^{18}$	41,5
96	$6,34 \times 10^{13}$	31,8
144	$1,25 \times 10^{10}$	23,2



Die Ausgleichsgerade hat die Funktion:

$$f(x) = -0,191x + 50,4435$$

Für die Anzahl der Kerne zum Anfang folgt dann:

$$N_0 = e^{50,4435} = 8,08 \times 10^{21} \quad (5.32)$$

b) Der Zerfallsgrad für $t = 144 \text{ h}$ ist

$$P = \frac{N}{N_0} = \frac{1,25 \times 10^{10}}{8,08 \times 10^{21}} = 1,547 \times 10^{-12} \quad (5.33)$$

$$t = -\frac{\ln P}{\ln 2} \cdot T_H$$

$$\Rightarrow T_H = -\frac{\ln 2}{\ln P} \cdot t \quad (5.34)$$

$$= -\frac{\ln 2}{\ln 1,547 \times 10^{-12}} \cdot 144 \text{ h} \approx 3,67 \text{ h}$$

A 5.7 Die Zerfallskonstante von ^{244}Pu beträgt:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} = \frac{\ln 2}{8,3 \times 10^7 \text{ a}} = 8,35 \times 10^{-9} \text{ a}^{-1} \quad (5.35)$$

Nach dem Zerfallsgesetz folgt dann:

$$m(t) = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

$$= 10^{13} \text{ kg} \cdot e^{-8,35 \times 10^{-9} \text{ a}^{-1} \times 10^{10} \text{ a}} \quad (5.36)$$

$$= 5,45 \times 10^{-24} \text{ kg}$$

A 5.8 Die Zerfallskonstante von ^{244}Pu beträgt:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_H} = \frac{\ln 2}{6 \text{ h}} = 0,116 \text{ h}^{-1} \quad (5.37)$$

Nach 24 Stunden sind noch übrig:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,116 \text{ h}^{-1} \cdot 24 \text{ h}} = 0,062 = 6,2\% \quad (5.38)$$

Es sind also 93,8% der Kerne zerfallen.

A 5.9 Für die Halbwertszeit der Schaumkrone gilt:

$$T_H = -\frac{\ln 2}{\ln P} \cdot t = -\frac{\ln 2}{\ln 0,8} \cdot 1 \text{ min} \approx 3,1 \text{ min} \quad (5.39)$$

Für die Zeit bis zu einer Schaumhöhe von 10 mm folgt dann:

$$t = -\frac{\ln P}{\ln 2} \cdot T_H = -\frac{\ln 0,2}{\ln 2} \cdot 3,1 \text{ min} \approx 7,2 \text{ min} \quad (5.40)$$

A 5.10

a) Die Zerfallsgleichung lautet:



b) Der Gehalt an Tritium ist auf 97% nach folgender Zeit abgesunken:

$$t = -\frac{\ln P}{\ln 2} \cdot T_H = -\frac{\ln 0,97}{\ln 2} \cdot 12,26 \text{ a} \quad (5.42)$$

$$\approx 0,54 \text{ a} = 197 \text{ d}$$

A 5.11

a) Die Spaltungsgleichung lautet:



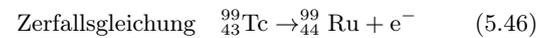
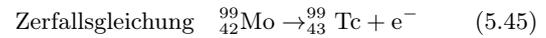
b) Die pro Spaltungsakt freiwerdende Energie ergibt sich aus der Differenz der Bindungsenergien:

$$E = 144 \cdot 8,2 \text{ MeV} + 89 \cdot 8,6 \text{ MeV} - 235 \cdot 7,5 \text{ MeV}$$

$$= 183,7 \text{ MeV} \quad (5.44)$$

A 5.12

a) Beim Zerfall von Molybdän-99 entsteht ^{99}Tc . Der ^{99}Tc -Kern zerfällt unter Freisetzung eines β -Teilchens. Geben Sie für jeden der beiden Vorgänge die Reaktionsgleichung an.



b) Die Halbwertszeit ergibt sich zu:

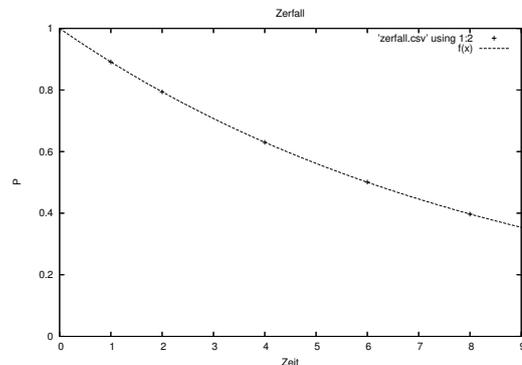
$$T_H = -\frac{\ln 2}{\ln P} \cdot t = -\frac{\ln 2}{\ln 0,891} \cdot 1 \text{ h} \approx 6,01 \text{ h} \quad (5.47)$$

c) Für den Zerfall gilt die Formel:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\ln 2 \frac{t}{T_H}} \quad (5.48)$$

Damit ergibt sich folgende Tabelle:

t[h]	1	2	4	6	8
P	0,891	0,794	0,630	0,501	0,397



d) Die Zeit, nach der 1% der ursprünglich vorhandenen Kerne noch nicht zerfallen sind, ergibt sich aus:

$$t = -\frac{\ln P}{\ln 2} \cdot T_H = -\frac{\ln 0,01}{\ln 2} \cdot 6,01 \text{ h} \approx 39,9 \text{ h} \quad (5.49)$$

e) Die ^{99}Tc zerfällt deutlich schneller als ^{131}J . Es wird also weniger radioaktives Material bei gleicher Aktivität benötigt. Nach der Untersuchung zersetzt sich ^{99}Tc wesentlich schneller, so dass die radioaktive Belastung des Patienten deutlich geringer ist.

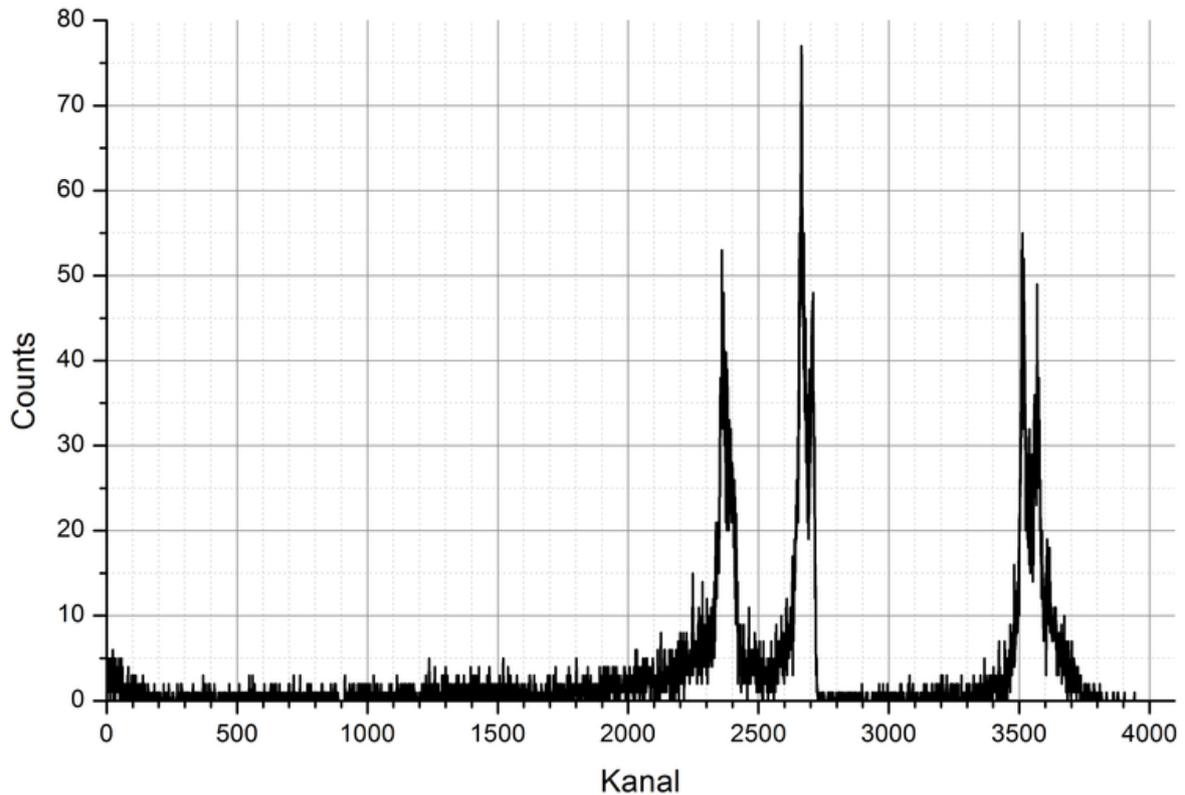


Abbildung 6.2: Spektrum eines Glühstrumpfs (Messzeit: 48 Stunden)

A 6.4. Zeichne eine $E(\text{Kanal})$ -Diagramm und ermittle den funktionalen Zusammenhang zwischen Energie und Kanal.

A 6.5. Ergänze die Abbildung 6.2 mit eine Energieskala.

Im weiteren Verlauf der Nachrichten stellt sich heraus, dass der Glühstrumpf in einem abgewinkelten Bereich der Vakuumkammer gelagert wurde, so dass die Strahlung aus dem Glühstrumpf nicht direkt den Detektor erreichen kann.

A 6.6. Erklären Sie, warum trotzdem Alpha-Strahlung registriert wird.

A 6.7. Kalibrieren Sie das Spektrum in Abbildung 6.2 erneut und tragen Sie eine neue Energieachse ein.

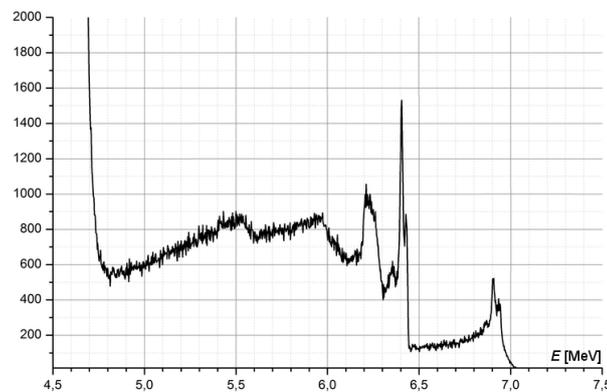


Abbildung 6.3: Spektrum des direkt aufgelegten Glühstrumpfs

A 6.8. Markieren Sie die Nuklide im Spektrum der Abbildung 6.3.

6.1 Lösungen

Nuklid	Zerfall	Halbwertszeit	E [MeV]	Tochternuklid
^{228}Th	α	1,9131 a	5,5	^{224}Ra
^{224}Ra	α	3,66 d	5,8	^{220}Rn
^{220}Rn	α	55,6 s	6,4	^{216}Po
^{216}Po	α	0,145 s	6,9	^{212}Pb
^{212}Pb	β^-	10,64 h	0,57	^{212}Bi
^{212}Bi	β^- 64%	60,55 min	2,3	^{212}Po
^{212}Bi	α 36%	60,55 min	6,2	^{208}Tl
^{212}Po	α	$2,99 \times 10^{-7}$ s	9,0	^{208}Pb
^{208}Tl	β^-	3,083 min	5,0	^{208}Pb
^{208}Pb	.	Stabil	.	.